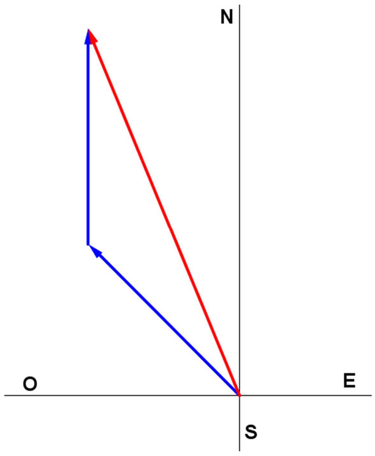
1. Un aereo vola in direzione Nord-Ovest per 495 km, poi, a causa della rotazione terrestre, deve correggere la sua rotta per giungere a destinazione, e percorre altri 500 km in direzione Nord.
   A. Disegna i due vettori spostamento.
   B. Determina le componenti del vettore spostamento finale.
   C. Calcola il valore dello spostamento finale.



Determiniamo le componenti del vettore spostamento finale secondo le due direzioni N-S e E-O, rispettivamente asse y e asse x del piano cartesiano:

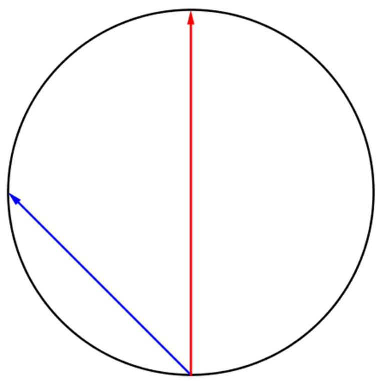
$$s_x = -495\ km\ \cdot \cos 45° = \mathbf{-350\ km}$$

$$s_y = 495\ km\ \cdot \cos 45° + 500\ km = \mathbf{850\ km}$$

Perciò il vettore spostamento finale ha modulo:

$$s = \sqrt{s_x^2 + s_y^2} = \mathbf{919\ km}$$

2. Una formica cammina sul bordo di un tavolo di forma circolare di raggio 85 cm.
   A. Disegna il vettore spostamento quando ha percorso ¼ e metà del perimetro.
   B. Calcola il modulo dello spostamento nei due casi.



A. Il vettore blu è il vettore spostamento quando ha percorso ¼ del perimetro.
Il vettore rosso è il vettore spostamento quando ha percorso metà del perimetro.

B. Nel caso in cui si percorra metà perimetro il vettore spostamento ha la lunghezza del diametro del tavolo; nel caso in cui si percorra ¼ del perimetro, il vettore spostamento ha la lunghezza del lato del quadrato inscritto nella circonferenza e lo possiamo determinare come ipotenusa del triangolo rettangolo isoscele che ha come cateto il raggio della circonferenza:

$$s_1 = 2r = \mathbf{1,7\ m}$$

$$s_2 = \sqrt{r^2 + r^2} = r\sqrt{2} = \mathbf{1,2\ m}$$

3. Il vettore $\vec{a}$ è scomposto lungo le due direzioni del piano cartesiano. I due vettori componenti così ottenuti hanno moduli 10,2 e 13,6, rispettivamente sull'asse x e sull'asse y. Determina il modulo del vettore e l'angolo formato dal vettore con l'asse x.

$$s_x = 10{,}2 \qquad s_y = 13{,}6 \qquad s? \quad \alpha?$$

$$s = \sqrt{s_x^2 + s_y^2} = \mathbf{17,0} \qquad \alpha = tg^{-1}\frac{s_y}{s_x} = \mathbf{53,1°}$$

4. Giorgio lancia orizzontalmente un sasso in uno stagno. Al momento del lancio, il sasso ha una velocità di 4,2 m/s; la mano di Giorgio è a 1,9 m dalla superficie dell'acqua.
   A. Quanto tempo impiega il sasso per entrare nell'acqua?
   B. Di quanto si sposta in orizzontale?
   C. Calcola la velocità del sasso quando entra in acqua.

Le equazioni del moto sono: $\begin{cases} x = v_o t \\ y = y_o - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$

A. Determino il tempo di volo del sasso, risolvendo la seconda equazione con $y = 0$:

$$t = \sqrt{\frac{2y_o}{g}} = \mathbf{0,62\ s}$$

B. Sostituisco nella prima equazione e ricavo la distanza percorsa in orizzontale:

$$G = v_o \sqrt{\frac{2y_o}{g}} = \mathbf{2,6\ m}$$

C. Per determinare la velocità del sasso prima che entri in acqua, dobbiamo determinare la velocità verticale, visto che quella orizzontale la conosciamo già. Sommando, vettorialmente, le due componenti, otteniamo la velocità finale:

$$v_y = -g t_V = -g \sqrt{\frac{2y_o}{g}} = -6{,}1\ m/s \qquad v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \mathbf{7,4\ m/s}$$

5. Sara lancia un sasso da un ponte su un laghetto. Il lancio è orizzontale, il sasso finisce in acqua dopo 0,82 s. Calcola da quale altezza rispetto al laghetto Sara ha lanciato il sasso.

Le equazioni del moto sono: $\begin{cases} x = v_o t \\ y = y_o - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$

Determino l'altezza di partenza del sasso, risolvendo la seconda equazione con $y = 0$:

$$y_o = \frac{1}{2} g t^2 = \mathbf{3,3\ m}$$

6. Un pallone viene lanciato con una velocità di 8,7 m/s e con un'inclinazione di 60° rispetto al suolo. Determina la massima altezza che il pallone può raggiungere.

Le equazioni del moto sono: $\begin{cases} x = v_{ox} t \\ y = v_{oy} t - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$

Determino il tempo di volo del pallone, risolvendo la seconda equazione con $y = 0$:

$$v_{oy} t - \frac{1}{2} g t^2 = 0 \qquad \Rightarrow \qquad t_v = \frac{2\, v_{oy}}{g}$$

L'altro risultato, $t = 0s$, è quello della partenza, quando il pallone si trova allo stesso livello a cui arriverà dopo il lancio.
Durante il volo, il pallone raggiunge l'altezza massima a metà del suo percorso, perciò sostituendo un tempo di volo che è la metà di quello trovato e sostituendolo nella seconda equazione, quella dello spostamento verticale, ottengo l'altezza massima raggiunta:

$$y = v_{oy} t - \frac{1}{2} g t^2 = \frac{v_{oy}^2}{g} - \frac{1}{2} g \frac{v_{oy}^2}{g^2} = \frac{v_{oy}^2}{2g} = \frac{v_o^2\, sen^2\alpha}{2g} = \mathbf{2,9\ m}$$

7. Una ruota gira con una frequenza di 2,8 Hz. Qual è la velocità di un punto posto a 16 cm dal centro?

$$f = 2{,}8\ Hz \qquad r = 16\ cm \qquad v?$$

Trattandosi di moto circolare uniforme, posso applicare la definizione di velocità e, ricordando che la frequenza è il reciproco del periodo:

$$v = \frac{2\pi r}{T} = 2\pi r f = \mathbf{2,8\ m/s}$$

8. Due ruote, aventi rispettivamente raggio 7,3 cm e 12,4 cm, sono collegate tramite una cinghia. Calcola quanti giri compie la ruota grande mentre la piccola ne compie 271.

$$r_1 = 7{,}3\ cm \qquad r_2 = 12{,}4\ cm \qquad f_1 = 271 \qquad f_2?$$

Le due ruote hanno la stessa velocità tangenziale, perciò posso ricavare la frequenza della ruota grande:

$$v_1 = v_2 \quad \Rightarrow \quad 2\pi r_1 f_1 = 2\pi r_2 f_2 \quad \Rightarrow \quad f_2 = \frac{r_1 f_1}{r_2} = \mathbf{160}$$

9. Nel passare il pallone a un compagno, un giocatore di pallacanestro descrive con il braccio un arco di circonferenza di ampiezza 60° in 0,750 s, a velocità approssimativamente costante. La lunghezza del braccio del giocatore è di 80,0 cm. Calcola con quale velocità viene lanciato il pallone.

Siccome il tempo dato è quello per descrivere un arco di circonferenza di ampiezza 60°, ovvero 1/6 della circonferenza completa, il periodo, ovvero l'intervallo di tempo per descrivere l'intera circonferenza è sei volte il tempo dato, ovvero 4,50 s. Dal periodo e dal raggio, posso ricavare la velocità tangenziale:

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \mathbf{1,12\ m/s}$$

10. In quale caso la componente a_b del vettore $\vec{a}$ lungo $\vec{b}$ ha il massimo valore possibile?

Quando i due vettori sono paralleli.