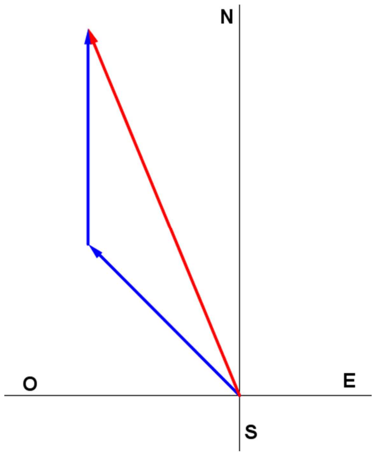
1. Un aereo vola in direzione Nord-Ovest per 495 km, poi, a causa della rotazione terrestre, deve correggere la sua rotta per giungere a destinazione, e percorre altri 500 km in direzione Nord.
   A. Disegna i due vettori spostamento.
   B. Determina le componenti del vettore spostamento finale.
   C. Calcola il valore dello spostamento finale.



Determiniamo le componenti del vettore spostamento finale secondo le due direzioni N-S e E-O, rispettivamente asse y e asse x del piano cartesiano:

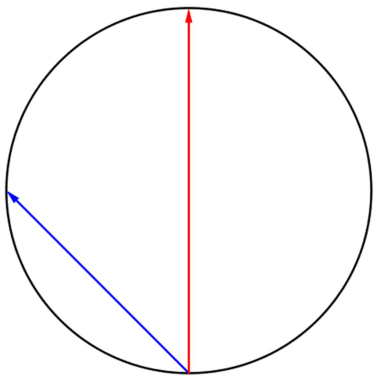
$$s_x = -495\ km\ \cdot \cos 45° = \mathbf{-350\ km}$$

$$s_y = 495\ km\ \cdot \cos 45° + 500\ km = \mathbf{850\ km}$$

Perciò il vettore spostamento finale ha modulo:

$$s = \sqrt{s_x^2 + s_y^2} = \mathbf{919\ km}$$

2. Una formica cammina sul bordo di un tavolo di forma circolare di raggio 85 cm.
   A. Disegna il vettore spostamento quando ha percorso ¼ e metà del perimetro.
   B. Calcola il modulo dello spostamento nei due casi.



A. Il vettore blu è il vettore spostamento quando ha percorso ¼ del perimetro.
Il vettore rosso è il vettore spostamento quando ha percorso metà del perimetro.

B. Nel caso in cui si percorra metà perimetro il vettore spostamento ha la lunghezza del diametro del tavolo; nel caso in cui si percorra ¼ del perimetro, il vettore spostamento ha la lunghezza del lato del quadrato inscritto nella circonferenza e lo possiamo determinare come ipotenusa del triangolo rettangolo isoscele che ha come cateto il raggio della circonferenza:

$$s_1 = 2r = \mathbf{1,7\ m}$$

$$s_2 = \sqrt{r^2 + r^2} = r\sqrt{2} = \mathbf{1,2\ m}$$

3. Il vettore $\vec{a}$ è scomposto lungo le due direzioni del piano cartesiano. I due vettori componenti così ottenuti hanno moduli 10,2 e 13,6, rispettivamente sull'asse x e sull'asse y. Determina il modulo del vettore e l'angolo formato dal vettore con l'asse x.

$$s_x = 10{,}2 \qquad s_y = 13{,}6 \qquad s? \quad \alpha?$$

$$s = \sqrt{s_x^2 + s_y^2} = \mathbf{17,0} \qquad \alpha = tg^{-1}\frac{s_y}{s_x} = \mathbf{53,1°}$$

4. Massimo lancia una palla orizzontalmente con velocità 2,5 m/s da un'altezza di 1,8 m.
   A. Quanto tempo impiega la palla per toccare terra?
   B. Di quanto si sposta in orizzontale?
   C. Qual è la velocità della palla al momento in cui tocca terra?

Le equazioni del moto sono: $\begin{cases} x = v_o t \\ y = y_o - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$

A. Determino il tempo di volo della palla, risolvendo la seconda equazione con $y = 0$:

$$t = \sqrt{\frac{2y_o}{g}} = \mathbf{0,61\ s}$$

B. Sostituisco nella prima equazione e ricavo la distanza percorsa in orizzontale:

$$G = v_o \sqrt{\frac{2y_o}{g}} = \mathbf{1,5\ m}$$

C. Per determinare la velocità dell'oggetto prima che tocchi terra, dobbiamo determinare la velocità verticale, visto che quella orizzontale la conosciamo già. Sommando, vettorialmente, le due componenti, otteniamo la velocità finale:

$$v_y = -g t_V = -g\sqrt{\frac{2y_o}{g}} = -5{,}9\ m/s \qquad\qquad v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \mathbf{6,4\ m/s}$$

5. Sara lancia un sasso da un ponte su un laghetto. Il lancio è orizzontale, il sasso finisce in acqua dopo 0,82 s. Calcola da quale altezza rispetto al laghetto Sara ha lanciato il sasso.

Le equazioni del moto sono: $\begin{cases} x = v_o t \\ y = y_o - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$

Determino l'altezza di partenza del sasso, risolvendo la seconda equazione con $y = 0$:

$$y_o = \frac{1}{2} g t^2 = \mathbf{3,3\ m}$$

6. Un pallone viene lanciato con una velocità di 8,7 m/s e con un'inclinazione di 60° rispetto al suolo. Determina la massima altezza che il pallone può raggiungere.

Le equazioni del moto sono: $\begin{cases} x = v_{ox} t \\ y = v_{oy} t - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$

Determino il tempo di volo del pallone, risolvendo la seconda equazione con $y = 0$:

$$v_{oy} t - \frac{1}{2} g t^2 = 0 \qquad \Rightarrow \qquad t_v = \frac{2\, v_{oy}}{g}$$

L'altro risultato, $t = 0s$, è quello della partenza, quando il pallone si trova allo stesso livello a cui arriverà dopo il lancio.
Durante il volo, il pallone raggiunge l'altezza massima a metà del suo percorso, perciò sostituendo un tempo di volo che è la metà di quello trovato e sostituendolo nella seconda equazione, quella dello spostamento verticale, ottengo l'altezza massima raggiunta:

$$y = v_{oy} t - \frac{1}{2} g t^2 = \frac{v_{oy}^2}{g} - \frac{1}{2} g \frac{v_{oy}^2}{g^2} = \frac{v_{oy}^2}{2g} = \frac{v_o^2\, sen^2\alpha}{2g} = \mathbf{2,9\ m}$$

7. Una ruota gira con una frequenza di 2,8 Hz. Qual è la velocità di un punto posto a 16 cm dal centro?

$$f = 2{,}8\ Hz \qquad r = 16\ cm \qquad v?$$

Trattandosi di moto circolare uniforme, posso applicare la definizione di velocità e, ricordando che la frequenza è il reciproco del periodo:

$$v = \frac{2\pi r}{T} = 2\pi r f = \mathbf{2,8\ m/s}$$

8. Due ruote, aventi rispettivamente raggio 7,3 cm e 12,4 cm, sono collegate tramite una cinghia. Calcola quanti giri compie la ruota grande mentre la piccola ne compie 271.

$$r_1 = 7{,}3\ cm \qquad r_2 = 12{,}4\ cm \qquad f_1 = 271 \qquad f_2?$$

Le due ruote hanno la stessa velocità tangenziale, perciò posso ricavare la frequenza della ruota grande:

$$v_1 = v_2 \quad \Rightarrow \quad 2\pi r_1 f_1 = 2\pi r_2 f_2 \quad \Rightarrow \quad f_2 = \frac{r_1 f_1}{r_2} = \mathbf{160}$$

9. Nel passare il pallone a un compagno, un giocatore di pallacanestro descrive con il braccio un arco di circonferenza di ampiezza 60° in 0,750 s, a velocità approssimativamente costante. La lunghezza del braccio del giocatore è di 80,0 cm. Calcola con quale velocità viene lanciato il pallone.

Siccome il tempo dato è quello per descrivere un arco di circonferenza di ampiezza 60°, ovvero 1/6 della circonferenza completa, il periodo, ovvero l'intervallo di tempo per descrivere l'intera circonferenza è sei volte il tempo dato, ovvero 4,50 s. Dal periodo e dal raggio, posso ricavare la velocità tangenziale:

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \mathbf{1,12\ m/s}$$

10. La componente a_b del vettore $\vec{a}$ lungo $\vec{b}$ può essere nulla? Se sì, in quale caso?

L'unico caso in cui la componente a_b del vettore $\vec{a}$ lungo $\vec{b}$ è nulla è quando il vettore $\vec{a}$ è perpendicolare a $\vec{b}$.