1. Partendo da fermo, un aereo raggiunge una velocità v nei $30\ s$, prima dello stacco da terra. Se la sua accelerazione diminuisse del 38%, quanto tempo impiegherebbe?

$$t_o = 0s \qquad t_1 = 30\ s \qquad v_f = v \qquad v_o = 0 \qquad a_1 = a \qquad a_2 = \frac{62}{100}a \qquad t_2?$$

Per la definizione di accelerazione:

$$a_1 = \frac{v_f - v_o}{t - t_o} \quad \Rightarrow \quad a_1 = \frac{v}{t_1} \quad \Rightarrow \quad t_1 = \frac{v}{a_1} = \frac{v}{a}$$

Analogamente, il tempo impiegato con la seconda accelerazione è dato da:

$$t_2 = \frac{v}{a_2} = \frac{v}{\frac{62}{100}a} = \frac{100\,v}{62\ a} = \frac{100}{62}t_1 = \mathbf{48\ s}$$

2. Un oggetto si muove con decelerazione costante e le misurazioni inerenti il suo moto vengono riportate nel grafico dato. In quale istante l'oggetto avrà velocità nulla?

$$v_o = 5{,}50\ m/s \qquad v = 0\ m/s \qquad t?$$

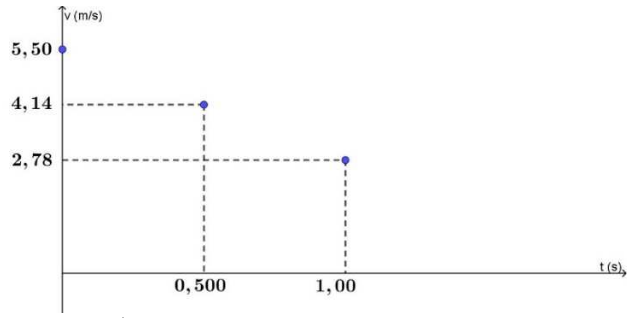
Dal grafico, possiamo vedere che a ogni $\Delta t = 0{,}500\ s$ corrisponde $\Delta v = -1{,}36\ m/s$, perciò l'accelerazione è costante:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Possiamo quindi scrivere la legge oraria della velocità:

$$v = v_o + at$$

Sostituendo una velocità $v = 0\ m/s$, otteniamo il valore del tempo richiesto:



$$0 = v_o + at \quad \Rightarrow \quad t = -\frac{v_o}{a} = -v_o\frac{\Delta t}{\Delta v} = \mathbf{2{,}02\ s}$$

3. Due treni si muovono lungo rotaie parallele. Il primo treno parte dalla città A verso la città B, mentre il secondo, al contrario, si muove dalla città B verso la città A, con velocità pari a $3/2$ quella del primo. Dove si incontreranno se le due città distano d?

$$v_A = v \qquad v_B = -\frac{3}{2}v \qquad s_{oB} = d \qquad s?$$

Scriviamo le leggi orarie dei due moti:

$$A: s = v_A t \qquad B: s = s_{oB} + v_B t$$

Mettendo a sistema le due equazioni, ricaviamo prima il tempo di incontro e poi, sostituendo in una delle due equazioni, il luogo in cui si incontrano:

$$\begin{cases} s = vt \\ s = d - \frac{3}{2}vt \end{cases} \qquad \begin{cases} vt = d - \frac{3}{2}vt \\ s = vt \end{cases} \qquad \begin{cases} \frac{5}{2}vt = d \\ s = vt \end{cases} \qquad \begin{cases} t = \frac{2}{5}\frac{d}{v} \\ \boldsymbol{s = \frac{2}{5}d} \end{cases}$$

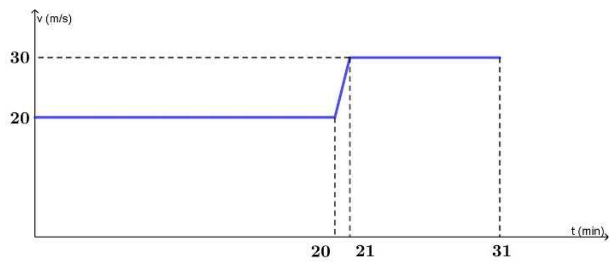
4. Un'automobile procede a $72\ km/h$ per 20 minuti, poi accelera fino a $108\ km/h$ in $1{,}0$ minuti e procede a quella velocità per 10 minuti. Che distanza ha percorso in totale e quale è stata la velocità media in km/h?

$$v_1 = 72\ km/h = 20\ m/s \qquad v_2 = 108\ km/h = 30\ m/s$$

$$t_1 = 20\ min \qquad t_2 = 1{,}0\ min \qquad t_3 = 10\ min \qquad s? \qquad v_m?$$

Possiamo determinare lo spazio percorso, ricavandolo dal grafico velocità tempo a lato: lo spazio corrisponde infatti all'area sottesa dal grafico:

$$s = v_1 t_1 + \frac{v_1 + v_2}{2} \cdot t_2 + v_2 t_3 = \mathbf{43\ 500\ m}$$

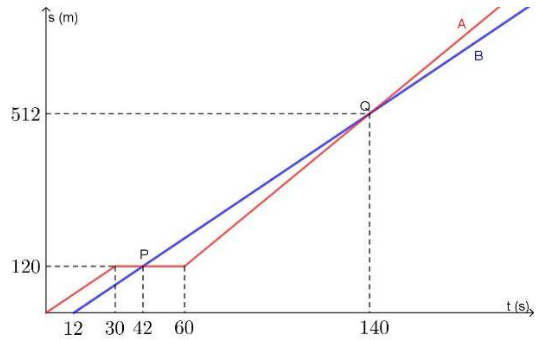


La velocità media è data dal rapporto tra lo spazio totale percorso (s, l'abbiamo appena determinato) e il tempo totale:

$$v_m = \frac{s}{t_1 + t_2 + t_3} = \mathbf{84\ km/h}$$

5. Descrivi la situazione rappresentata dal grafico: si tratta dell'allenamento di due atleti, A e B. Ricordati di precisare la velocità a cui si muovono e per quanto tempo e spiega cosa rappresentano i punti P e Q nel grafico.

A procede con velocità di $4{,}0\ m/s$ per $30\ s$, percorrendo $120\ m$, poi si ferma per $30\ s$ e riparte a $\frac{512-120}{140-60}\ m/s = 4{,}9\ m/s$.
L'atleta B parte $12\ s$ dopo l'atleta A con una velocità costante di $4{,}0\ m/s$.
$30\ s$ dopo essere partito, l'atleta B raggiunge e supera l'atleta A, fermo a $120\ m$ (spiegazione del punto P).
Dopo altri $98\ s$, l'atleta B viene raggiunto e superato dall'atleta A (spiegazione del punto Q)



6. La Banda Bassotti sta fuggendo a $54\ km/h$, convinta di non suscitare nessun sospetto, ma Topolino, con il commissario Basettoni, è sulle sue tracce. Topolino, che viaggia a $90\ km/h$, individua l'auto dei banditi che lo precede di $200\ m$ e accelera con un'accelerazione di $2\ m/s^2$. Dopo quanto tempo raggiunge l'auto della Banda Bassotti? Quanta strada ha percorso e che velocità ha raggiunto nel frattempo Topolino?

$$v_1 = 54\ km/h\ = 15\ m/s \qquad v_2 = 90\ km/h = 25\ m/s \qquad s_o = 200\ m \qquad a = 2\ m/s^2$$
$$t? \qquad s? \qquad v?$$

Scriviamo innanzi tutto le leggi orarie dei due moti, considerando che la Banda Bassotti prosegue con moto rettilineo uniforme e Topolino li segue con un moto uniformemente accelerato. Metto a sistema le due equazioni per determinare il tempo di incontro (per la soluzione procediamo con il metodo del confronto):

$$\begin{cases} s = 15\ t + 200 \\ s = 25\ t + t^2 \end{cases} \qquad t^2 + 25\ t = 15\ t + 200 \qquad t^2 + 10t - 200 = 0$$

L'equazione di secondo grado è scomponibile come trinomio notevole:

$$(t+20)(t-10) = 0 \qquad t_1 = -20\ s \qquad t_2 = 10\ s$$

Delle due soluzioni, consideriamo solo quella positiva, perciò Topolino raggiunge l'auto della Banda Bassotti dopo $\mathbf{10\ s}$.
Per determinare la strada percorsa da Topolino, basta sostituire il tempo appena calcolato in una delle due leggi orarie:

$$s = 15\ m/s\ \cdot 10\ s + 200\ m = \mathbf{350\ m}$$

Per determinare la velocità raggiunta da Topolino, scriviamone la legge oraria della velocità e sostituiamo il tempo di incontro:

$$v = 25 + 2t \qquad v = 25\ m/s\ + 2\ m/s^2 \cdot\ 10\ s = \mathbf{45\ m/s}$$

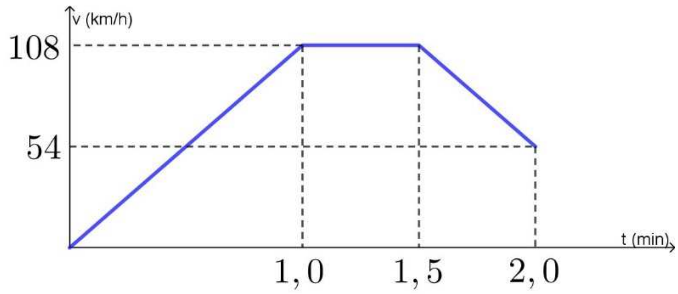
7. Il grafico velocità tempo mostrato nella figura a lato mostra schematicamente la velocità di un'auto.
A. Calcola la distanza percorsa nei 2,0 minuti.
B. Scrivi le leggi orarie del moto nei tre tratti.

$$v_1 = 108\ km/h = 30\ m/s \qquad v_2 = 54\ km/h = 15\ m/s \qquad t_1 = 1{,}0\ min \qquad t_2 = 0{,}5\ min \qquad t_3 = 0{,}5\ min$$

Determino la distanza percorsa come area sottesa dal grafico:

$$s = \frac{1}{2}v_1t_1 + v_2t_2 + \frac{1}{2}(v_1+v_2)t_3 = \mathbf{2475\ m}$$

Per scrivere la legge oraria dei tre moti, dobbiamo tenere presente che il primo e il terzo tratto sono moti rettilinei uniformemente accelerati e il secondo è un moto rettilineo uniforme. Inoltre, dobbiamo considerare sia gli spazi iniziali che i tempi iniziali, che, nel secondo e nel terzo tratto, sono sempre diversi da zero.



$$a_1 = \frac{30-0}{60} m/s^2 = 0{,}5\ m/s^2 \qquad \mathbf{s = 0,25\ t^2}$$

$$s = \frac{1}{2}v_1t_1 + v_1(t-t_1) = 900 + 30\ (t-60) \qquad \mathbf{s = 30t - 900}$$

$$a = \frac{15-30}{30} m/s^2\ = -0{,}5\ m/s^2 \qquad s = \frac{1}{2}v_1t_1 + v_2t_2 + v_1(t-t_1-t_2) + \frac{1}{2}a(t-t_1-t_2)^2$$
$$s = 1800 + 30\ (t-90) - 0{,}25\ (t-90)^2 \qquad \mathbf{s = -2925 + 75\ t - 0,25\ t^2}$$