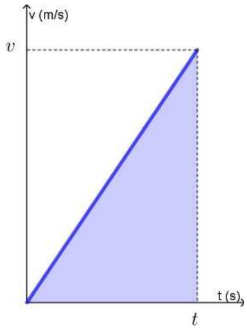
1. Partendo da ferma, un'auto raggiunge i 97,2 km/h mantenendo un'accelerazione costante. Sapendo che percorre 135 m, in quanto tempo raggiunge la velocità data?



$$v_o = 0\,m/s \qquad v = 97{,}2\,km/h = 27\,m/s \qquad s = 135\,m \qquad t?$$

Il grafico velocità tempo della situazione descritta è rappresentato a lato. L'area colorata, quella sottesa dal grafico, rappresenta lo spazio percorso, perciò:

$$s = \frac{v + v_o}{2} \cdot t \qquad \Rightarrow \qquad t = \frac{2s}{v} = \mathbf{10\ s}$$

2. Lanci verso l'alto una palla che si trova a terra, con una velocità iniziale di 13 m/s.
   A. Qual è l'altezza massima raggiunta?
   B. A un'altezza di 6,0 m, che velocità ha sia all'andata che al ritorno?
   C. Dopo quanto tempo torna a terra?

$$v_o = 13\,m/s \qquad a = -g \qquad h_{max}? \qquad s_1 = 6{,}0\,m \qquad v_{1a}? \qquad v_{1r}? \qquad t_v?$$

A. Nel momento in cui la palla raggiunge l'altezza massima, la sua velocità è nulla. Siamo in una situazione in cui conosciamo la velocità iniziale e quella finale e l'accelerazione e possiamo, quindi, determinare la distanza percorsa:

$$h_{max} = \frac{v^2 - v_o^2}{2a} = \frac{-v_o^2}{-2g} = \frac{v_o^2}{2g} = \mathbf{8,6\ m}$$

B. Sapendo che, alla stessa altezza, il modulo e la direzione delle velocità di andata e ritorno sono gli stessi (cambia solamente il verso), possiamo determinare la velocità di andata:

$$s_1 = \frac{v_{1a}^2 - v_o^2}{2a} \qquad \Rightarrow \qquad v_{1a} = \sqrt{-2gs_1 + v_o^2} = \mathbf{7,2\ m/s} \qquad\qquad v_{1r} = \mathbf{-7,2\ m/s}$$

C. Determino il tempo impiegato a raggiungere l'altezza massima. Il tempo di volo totale sarà esattamente il doppio di quello impiegato a raggiungere l'altezza massima:

$$v = v_o - gt \qquad \Rightarrow \qquad t = \frac{v_o - v}{g} = \frac{v_o}{g} \qquad \Rightarrow \qquad t_v = 2t = \frac{2v_o}{g} = \mathbf{2,7\ s}$$

3. Un'automobile sta viaggiando alla velocità di 126 km/h, quando il conducente vede improvvisamente, a una distanza di 90 m davanti a sé, un ostacolo sulla strada. Il tempo di reazione del conducente, cioè l'intervallo tra l'istante in cui si rende conto del pericolo e l'istante in cui inizia a frenare, è 0,20 s.
   A. Determina lo spazio percorso durante il tempo di reazione.
   B. Determina l'accelerazione minima che il conducente deve imprimere all'auto per evitare l'urto con l'ostacolo.
   C. Se l'autista mantiene una velocità pari alla metà di quella data, come cambia l'accelerazione?
   D. Se, inavvertitamente, l'autista (che sta viaggiando a 126 km/h) blocca le ruote dell'auto e la decelerazione è di 5 m/s^2, qual è lo spazio di frenata (considerando anche lo spazio del tempo di reazione)?

$$v_o = 126\,km/h \qquad d = 90\,m \qquad t_r = 0{,}20\,s \qquad v = 0\,m/s \qquad s_r? \qquad a? \qquad v_1 = \frac{1}{2}v_o \qquad a_1? \qquad a_2 = -5\,m/s^2 \qquad s_2?$$

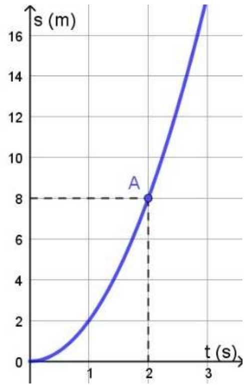
A. Il moto durante il tempo di reazione è uniforme, perciò determino lo spazio moltiplicando tra loro velocità e tempo: $s_r = v_o t_r = \mathbf{7,0\ m}$.

B. La distanza percorsa durante la frenata corrisponde a $d - s_r$ e, conoscendo la velocità finale (nulla) e quella iniziale, possiamo determinare l'accelerazione: $d - s_r = \frac{v^2 - v_o^2}{2a} \qquad \Rightarrow \qquad a = \frac{v^2 - v_o^2}{2(d - s_r)} = -\frac{v_o^2}{2(d - s_r)} = \mathbf{-7,4\ m/s^2}$.

C. Per determinare l'accelerazione con una velocità pari a metà di quella data, dato che l'accelerazione è direttamente proporzionale al quadrato della velocità, dimezzando la velocità l'accelerazione **si riduce ad ¼** di quella determinata precedentemente.

D. Determino lo spazio di frenata a partire dall'accelerazione: $s = \frac{v^2 - v_o^2}{2a} + s_r = -\frac{v_o^2}{2a_2} + s_r = \mathbf{130\ m}$.

4. Osserva il grafico (figura 1)
   A. Determina la legge oraria del moto A rappresentato. Di che tipo di moto si tratta?
   B. L'oggetto B passa accanto ad A all'istante 0 s e si muove con velocità costante di 20 m/s. Scrivi la legge oraria di B.
   C. Stabilisci dove e quando A sorpassa B.
   D. Qual è la velocità di A al momento del sorpasso?



A. Trattandosi di un **moto uniformemente accelerato**, con partenza da fermo, ha legge oraria generica $s = \frac{1}{2}at^2$. Sostituendo le coordinate del punto A, rappresentato in figura, possiamo determinare l'accelerazione e, quindi, la legge oraria:

$$s = \frac{1}{2}at^2 \quad \Rightarrow \quad a = \frac{2s_A}{t_A^2} = 4\ m/s^2 \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{s = 2t^2}$$

B. Il moto di B è uniforme, perciò la legge è data da: $s = s_o + vt$. Sostituendo i dati numerici, otteniamo: $\boldsymbol{s = 20\ t}$.

C. Per stabilire dove e quando A sorpassa B, devo risolvere il sistema: $\begin{cases} s = 2t^2 \\ s = 20\ t \end{cases}$.

Procediamo con il metodo del confronto:

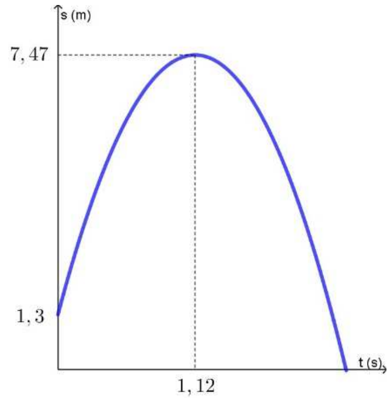
$$2t^2 = 20\ t \quad \Rightarrow \quad 2t(t-10) = 0 \quad \begin{matrix} t_1 = 0\ s \\ t_2 = \boldsymbol{10\ s} \end{matrix}$$

A sorpassa B dopo 10 s dalla partenza e, per determinare dove lo sorpassa, sostituisco il tempo determinato in una qualsiasi delle due leggi orarie: $s = 20\ m/s \cdot 10\ s = \boldsymbol{200\ m}$.

D. Per il moto A, la legge oraria della velocità è: $v = 4t$. Sostituendo il tempo del sorpasso, posso determinare la velocità:

$$v = 4\ m/s^2 \cdot 10\ s = \boldsymbol{40\ m/s}$$

5. Osserva il grafico (figura 2) del moto di un oggetto che ha velocità iniziale di 11 m/s.
   A. Dopo aver determinato l'accelerazione, approssimandola alla seconda cifra decimale, scrivi la legge oraria.
   B. Descrivi il moto.
   C. Determina la velocità dell'oggetto nell'istante $t = 2{,}0\ s$.
   D. Rappresenta qualitativamente il grafico della velocità.



$$v_o = 11\ m/s \qquad s_o = 1{,}3\ m \qquad h_{max} = 7{,}47\ m \qquad v = 0\ m/s \qquad t = 1{,}12\ s$$

A. Trattandosi di un moto uniformemente accelerato, la generica legge oraria è data da:

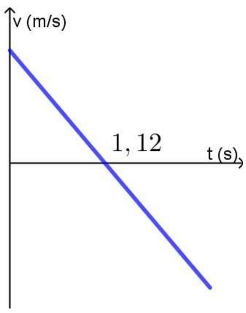
$$s = s_o + v_o t + \frac{1}{2}at^2$$

E sostituendo i dati numerici del testo: $s = 1{,}3 + 11t + \frac{1}{2}at^2$.

Sostituendo $s = 7{,}47\ m$ e $t = 1{,}12\ s$, posso determinare l'accelerazione:

$$a = \frac{2(s - s_o - v_o t)}{t^2} = -9{,}81\ m/s^2$$

L'equazione è: $\boldsymbol{s = 1{,}3 + 11t - 4{,}9\ t^2}$



B. Si tratta del **lancio di un oggetto verso l'alto**: lanciato da un'altezza di 1,3 m da terra, con una velocità iniziale di 11 m/s, questi raggiunge l'altezza massima di 7,47 m in 1,12 s, per poi tornare a terra.

C. Usando la legge oraria della velocità $v = 11 - 9{,}81\ t$, posso determinare la velocità istantanea sostituendo $t = 2{,}0\ s$:

$$v = 11\ m/s - 9{,}81\ m/s^2 \cdot 2{,}0\ s = \boldsymbol{-8{,}6\ m/s}$$

La velocità è negativa, perché è diretta verso il basso: è la velocità sulla via del ritorno.

D. Il grafico qualitativo della velocità è rappresentato a lato: la velocità diminuisce, fino a diventare nulla nel punto di massima altezza, e poi, simmetricamente, aumenta ridiscendendo a terra.