1. Una gru per sollevare un carico in verticale da terra all'altezza di 6,25 m compie un lavoro di 250 kJ. Calcola la forza applicata e la massa del carico.

$$h = 6{,}25\ m \qquad L = 250\ kJ \qquad F?$$

La forza applicata dalla gru è parallela allo spostamento e forma con esso un angolo di 0°, perciò:

$$L = Fh \qquad \Rightarrow \qquad F = \frac{L}{h} = \mathbf{40\ kN}$$

La forza applicata è uguale e opposta al peso del carico, perciò ha lo stesso modulo:

$$F = P = mg \qquad \Rightarrow \qquad m = \frac{F}{g} = \mathbf{4{,}08\ t}$$

2. Un cavallo tirando una carrozza per 40 minuti compie un lavoro pari a 1 790 400 J. Quale potenza ha sviluppato? Quale forza esercita l'animale se percorre una distanza di 5,0 km?

$$t = 40\ min \qquad L = 1\,790\,400\ J \qquad P? \qquad s = 5{,}0\ km \qquad F?$$

La potenza è data dal rapporto tra il lavoro compiuto e il tempo impiegato a compierlo:

$$P = \frac{L}{t} = \mathbf{7{,}5 \cdot 10^2\ W}$$

La forza e lo spostamento formano un angolo di 0°, perciò:

$$L = Fs \qquad \Rightarrow \qquad F = \frac{L}{s} = \mathbf{3{,}6 \cdot 10^2\ N}$$

3. Un'automobile di 1000 kg si muove alla velocità di 10 m/s.
   A. Determina la sua energia cinetica.
   B. Come varia l'energia cinetica quando la velocità raddoppia?
   C. Come varia l'energia cinetica quando la massa raddoppia?

$$m_1 = 1000\ kg \qquad v_1 = 10\ m/s \qquad K_1? \qquad v_2 = 2\ v_1 \qquad K_2? \qquad m_3 = 2\ m_1 \qquad K_3?$$

A. Per la definizione di energia cinetica:

$$K_1 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \mathbf{50\ kJ}$$

B. Se la velocità raddoppia, considerato che l'energia cinetica è direttamente proporzionale al quadrato della velocità, l'energia cinetica quadruplica, infatti:

$$K_2 = \frac{1}{2} m_1 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 (2 v_1)^2 = \frac{1}{2} m_1 (4\ v_1^2) = 4\left(\frac{1}{2} m_1 v_1^2\right) = \mathbf{4\ K_1}$$

C. Se la massa raddoppia, considerato che l'energia cinetica è direttamente proporzionale ad essa, raddoppia anch'essa, infatti:

$$\mathrm{K}_3 = \frac{1}{2} m_3 v_1^2 = \frac{1}{2}(2\ m_1) v_1^2 = 2\left(\frac{1}{2} m_1 v_1^2\right) = \mathbf{2\ K_1}$$

4. Una molla è stata compressa accumulando un'energia potenziale elastica di 0,25 J. Sapendo che la sua lunghezza a riposo è di 20 cm, mentre quella finale è di 15 cm, calcola la costante elastica della molla.

$$U = 0{,}25\, J \qquad x_o = 20\, cm \qquad x_1 = 15\, cm \qquad k?$$

Dalla definizione di energia potenziale elastica, ricavo la costante elastica della molla:

$$U = \frac{1}{2} k\,(\Delta x)^2 \qquad \Rightarrow \qquad k = \frac{2U}{(\Delta x)^2} = \frac{2U}{(x_1 - x_o)^2} = \mathbf{2,0 \cdot 10^2}\ \boldsymbol{N/m}$$

5. Se un tuffatore di 58 kg si lascia andare dalla piattaforma dei 10 m, quale velocità ha nel momento dell'impatto con l'acqua? E se invece fosse di 100 kg?

$$m = 68\, kg \qquad h = 10\, m \qquad v_1? \qquad v_2?$$

Per il principio di conservazione dell'energia:

$$U_o + K_o = U_f + K_f \qquad \Rightarrow \qquad U_o = K_f \qquad \Rightarrow \qquad mgh = \frac{1}{2} m v_1^2 \qquad \Rightarrow \qquad v_1 = \sqrt{2gh} = \mathbf{14}\ \boldsymbol{m/s}$$

Visto che la velocità finale non dipende dalla massa del tuffatore, se il tuffatore avesse una massa di 100 kg, la sua velocità finale sarebbe uguale a quella appena determinata.

6. Calcola la velocità di un proiettile di massa 50 g sparato da un fucile con massa di 3,0 kg, sapendo che la velocità di rinculo del fucile è 4,0 m/s.

$$m_1 = 50\, g \qquad m_2 = 3{,}0\, kg \qquad v_2 = -4{,}0\, m/s \qquad v_1?$$

Per il principio di conservazione della quantità di moto:

$$p_o = p_f \qquad \Rightarrow \qquad 0 = m_1 v_1 + m_2 v_2 \qquad \Rightarrow \qquad v_1 = -v_2 \frac{m_2}{m_1} = \mathbf{2,4 \cdot 10^2}\ \boldsymbol{m/s}$$

7. Una mazza da baseball ribatte una palla di massa 142 g, invertendo in 1,50 ms il verso della sua velocità, che in modulo vale 18,0 m/s. Calcola l'intensità della forza media esercitata.

$$m = 142\, g \qquad t = 1{,}50\, ms \qquad v_1 = -18{,}0\, m/s \qquad v_2 = 18{,}0\, m/s \qquad F?$$

Per la definizione di impulso:

$$I = \Delta p \qquad \Rightarrow \qquad Ft = mv_2 - mv_1 \qquad \Rightarrow \qquad F = \frac{m\,(v_2 - v_1)}{t} = \mathbf{3,41}\ \boldsymbol{kN}$$

8. Due sfere con la stessa massa m e con velocità rispettivamente di 1,7 m/s e – 2,6 m/s si urtano elasticamente. Verifica che le velocità delle due sfere dopo l'urto si scambiano.

$$m_1 = m_2 = m \qquad v_1 = 1{,}7\ m/s \qquad v_2 = -2{,}6\ m/s \qquad V_1? \qquad V_2?$$

Trattandosi di un urto elastico, si conservano sia l'energia cinetica prima e dopo l'urto, sia la quantità di moto:

$$\begin{cases} mv_1 + mv_2 = mV_1 + mV_2 \\ \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{2}mV_1^2 + \frac{1}{2}mV_2^2 \end{cases} \qquad \begin{cases} v_1 - V_1 = V_2 - v_2 \\ v_1^2 - V_1^2 = V_2^2 - v_2^2 \end{cases} \qquad \begin{cases} v_1 - V_1 = V_2 - v_2 \\ (v_1 - V_1)(v_1 + V_1) = (V_2 - v_2)(V_2 + v_2) \end{cases}$$

Dividendo la seconda equazione per la prima e riscrivendo la prima equazione, otteniamo:

$$\begin{cases} v_1 - V_1 = V_2 - v_2 \\ v_1 + V_1 = V_2 + v_2 \end{cases}$$

Sommando le due equazioni, otteniamo:

$$2v_1 = 2V_2 \qquad \boldsymbol{V_2 = v_1}$$

Sottraendo le due equazioni, otteniamo:

$$2V_1 = 2v_2 \qquad \boldsymbol{V_1 = v_2}$$

Come previsto.