1. Scrivi l'equazione della retta di coefficiente angolare $\frac{2}{3}$ che interseca l'asse y nel punto A (0; – 3).

$$y - y_A = \frac{2}{3}(x - x_A) \qquad y + 3 = \frac{2}{3}x \qquad \begin{array}{l} y = \frac{2}{3}x - 3 \\ 2x - 3y - 9 = 0 \end{array}$$

2. Verifica se i punti A (2; – 1) e B (1; – 1) appartengono alla retta di equazione $y = 2x - 3$.

Devo sostituire le coordinate di A e B nell'equazione della retta: se ottengo un'identità, allora il punto appartiene alla retta:

A: $-1 \neq 2 \cdot 2 - 3$ $\quad A \notin r$ $\qquad$ B: $-1 = 2 \cdot 1 - 3$ $\quad B \in r$

3. Verifica se le rette di equazione $x + y - 1 = 0$ e $2x + 2y + 5 = 0$ sono parallele.

Determino la forma esplicita delle rette e considero il coefficiente angolare. Se è lo stesso, sono parallele.

$$\left.\begin{array}{lllll} x + y - 1 = 0 & \Rightarrow & y = -x + 1 & \Rightarrow & m = -1 \\ 2x + 2y + 5 = 0 & \Rightarrow & y = -x - \frac{5}{2} & \Rightarrow & m = -1 \end{array}\right\} \Rightarrow r \,//\, s$$

4. Verifica se le rette di equazione $x - 3y + 1 = 0$ e $6x + 2y - 5 = 0$ sono perpendicolari.

Determino la forma esplicita delle rette e considero il coefficiente angolare. Se sono uno l'antireciproco dell'altro, le due rette sono perpendicolari:

$$\left.\begin{array}{lllll} x - 3y + 1 = 0 & \Rightarrow & y = \frac{1}{3}x + \frac{1}{3} & \Rightarrow & m = \frac{1}{3} \\ 6x + 2y - 5 = 0 & \Rightarrow & y = -3x + \frac{5}{2} & \Rightarrow & m = -3 \end{array}\right\} \Rightarrow r \perp s$$

5. Scrivi l'equazione della retta passante per il punto A (– 2; 7) e parallela alla retta di equazione $y = 2x - 5$.

Il coefficiente angolare della retta data è 2:

$$y - y_A = 2(x - x_A) \qquad y - 7 = 2(x + 2) \qquad \begin{array}{l} y = 2x + 11 \\ 2x - y + 11 = 0 \end{array}$$

6. Scrivi l'equazione della retta passante per il punto P (0; – 2) e perpendicolare alla retta di equazione $x - 2y - 4 = 0$.

Il coefficiente della retta data è $\frac{1}{2}$, perciò quello della retta ad essa perpendicolare è – 2:

$$y - y_P = -2\,(x - x_P) \qquad y + 2 = -2\,x \qquad \begin{aligned} &y = -2x - 2 \\ &2\,x + y + 2 = 0 \end{aligned}$$

7. Scrivi l'equazione della retta passante per i punti A (3; 2) e B (0; 1).

$$\frac{x - x_A}{x_B - x_A} = \frac{y - y_A}{y_B - y_A} \Rightarrow \frac{x-3}{0-3} = \frac{y-2}{1-2} \Rightarrow x - 3 = 3y - 6 \Rightarrow \begin{aligned} &y = \frac{1}{3}x + 1 \\ &x - 3y + 3 = 0 \end{aligned}$$

8. Determina il coefficiente angolare della retta passante per i punti A (– 2; 0) e B (1; 3).

$$m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \Rightarrow m_{AB} = \frac{3-0}{1+2} = 1$$

9. Calcola la distanza del punto P (2; 5) dalla retta di equazione $2x - 3y + 1 = 0$.

$$d\,(P;r) = \frac{|a\,x_P + b\,y_P + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|2 \cdot 2 - 3 \cdot 5 + 1|}{\sqrt{4+9}} = \frac{10}{\sqrt{13}}$$

10. Data la retta di equazione $2x - 5y = 14$ determina l'equazione della retta perpendicolare ad essa, condotta per il punto A (4; – 7); determina inoltre le coordinate del piede H di tale perpendicolare.

Determino l'equazione della retta ad essa perpendicolare, conoscendone il coefficiente angolare, antireciproco del coefficiente angolare della retta data:

$$2x - 5y = 14 \Rightarrow y = \frac{2}{5}x - \frac{14}{5} \Rightarrow m = -\frac{1}{\frac{2}{5}} = -\frac{5}{2}$$

Impongo ora il passaggio della retta per il punto A:

$$y - y_A = -\frac{5}{2}(x - x_A) \qquad y + 7 = -\frac{5}{2}(x - 4) \qquad y = -\frac{5}{2}x + 3$$

Determino l'intersezione fra le due rette, ovvero il piede H della perpendicolare:

$$\begin{cases} y = -\frac{5}{2}x + 3 \\ y = \frac{2}{5}x - \frac{14}{5} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{2}{5}x - \frac{14}{5} = -\frac{5}{2}x + 3 \\ y = \frac{2}{5}x - \frac{14}{5} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x + 25x = 28 + 15 \\ y = \frac{2}{5}x - \frac{14}{5} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{43}{29} \\ y = -\frac{64}{29} \end{cases}$$

11. Scrivi le equazioni delle rette *t* e *t'* che si incontrano nel punto A (3; 2) e sono rispettivamente parallele alle rette: $x-3y+9=0$ e $5x+6y-14=0$.

$$x-3y+9=0 \quad\Rightarrow\quad m=\frac{1}{3} \quad\Rightarrow\quad t: y-2=\frac{1}{3}(x-3) \quad\Rightarrow\quad \underline{y=\frac{1}{3}x+1}$$

$$5x+6y-14=0 \quad\Rightarrow\quad m=-\frac{5}{6} \quad\Rightarrow\quad t': y-2=-\frac{5}{6}(x-3) \quad\Rightarrow\quad \underline{y=-\frac{5}{6}x+\frac{9}{2}}$$

Determina quindi:

a. l'equazione della retta *r* passante per l'origine e per il punto T (6; 4);

$$\frac{x-x_O}{x_T-x_O}=\frac{y-y_O}{y_T-y_O} \quad\Rightarrow\quad \frac{x}{6}=\frac{y}{4} \quad\Rightarrow\quad r:\ y=\frac{2}{3}x$$

b. l'equazione della retta *s* perpendicolare alla retta *r* in O;

$$s:\ y=-\frac{3}{2}x$$

c. l'intersezione B di *s* con la retta $x-3y+3=0$;

$$\begin{cases} y=-\frac{3}{2}x \\ x-3y+3=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=-\frac{3}{2}x \\ x+\frac{9}{2}x+3=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=-\frac{3}{2}x \\ \frac{11}{2}x=-3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-\frac{6}{11} \\ y=\frac{9}{11} \end{cases}$$

d. il perimetro del triangolo OAB;

$$\overline{OA}=\sqrt{3^2+2^2}=\sqrt{13} \qquad \overline{OB}=\sqrt{\left(-\frac{6}{11}\right)^2+\left(\frac{9}{11}\right)^2}=\frac{3}{11}\sqrt{4+9}=\frac{3}{11}\sqrt{13}$$

$$\overline{AB}=\sqrt{\left(3+\frac{6}{11}\right)^2+\left(2-\frac{9}{11}\right)^2}=\sqrt{\left(\frac{39}{11}\right)^2+\left(\frac{13}{11}\right)^2}=\frac{13}{11}\sqrt{9+1}=\frac{13}{11}\sqrt{10}$$

$$2p_{OAB}=\sqrt{13}+\frac{3}{11}\sqrt{13}+\frac{13}{11}\sqrt{10}=\frac{14}{11}\sqrt{13}+\frac{13}{11}\sqrt{10}=\frac{1}{11}(14\sqrt{13}+13\sqrt{10})$$

e. stabilisci se tale triangolo è rettangolo.

Se il triangolo è rettangolo, vale il teorema di Pitagora:

$$\overline{OA}^2+\overline{OB}^2=\overline{AB}^2 \quad\Rightarrow\quad 13+\frac{9}{121}\cdot 13=\frac{1690}{121} \quad\Rightarrow\quad \frac{1690}{121}=\frac{1690}{121}$$

OAB è un triangolo retto in O