

1. Un camper, inizialmente fermo, parte accelerando a  $0,5 \text{ m/s}^2$ . Quale velocità raggiunge in 100 m (in km/h)?

Consideriamo la relazione tra velocità iniziale (in questo caso nulla), velocità finale, accelerazione e spazio percorso:

$$s = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} \Rightarrow 2as = v^2 \Rightarrow v = \sqrt{2as} = 10 \text{ m/s} = \mathbf{36 \text{ km/h}}$$

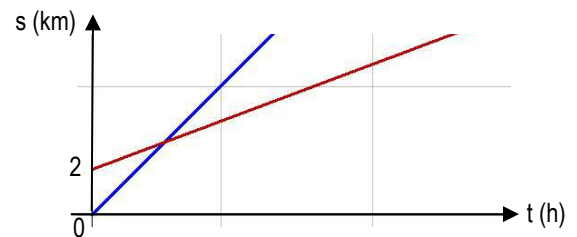
2. Un'auto si muove con velocità costante di 80 km/h. Davanti a lei, ad una distanza di 2 km, un trattore si muove con velocità costante di 30 km/h. Dopo quanti metri l'auto supera il trattore? Rappresenta la situazione in un grafico spazio-tempo.

La legge oraria dell'auto è:  $s = 80 t$ , mentre quella del trattore è:  $s = 2 + 30 t$ . Mettendo a sistema le due equazioni, ottengo la soluzione:

$$\begin{cases} s = 80 t \\ s = 2 + 30 t \end{cases} \Rightarrow 80 t = 2 + 30 t \Rightarrow t = \frac{1}{25} \text{ h} = \mathbf{2'24''}$$

Determino lo spazio percorso:  $s = 80 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{1}{25} \text{ h} = \mathbf{3200 \text{ m}}$

Ho rappresentato in rosso il trattore e in blu l'auto.



3. Su un rettilineo dell'Autosole un TIR sta viaggiando a 54 km/h. Quanta strada percorre in 5 minuti? Vedendo in lontananza il casello dell'autostrada il TIR frena e si ferma decelerando a  $0,6 \text{ m/s}^2$ . Quanto tempo impiega a fermarsi? Quale distanza percorre per fermarsi?

Inizialmente il Tir si muove di moto rettilineo uniforme, perciò per determinare lo spazio percorso basta moltiplicare velocità e tempo:

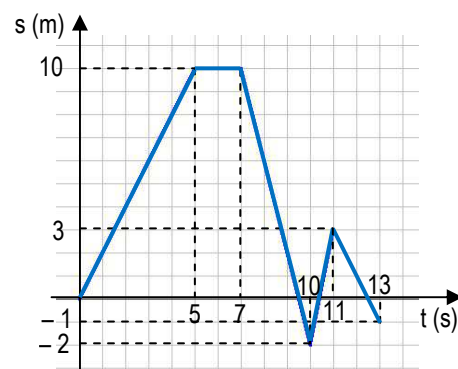
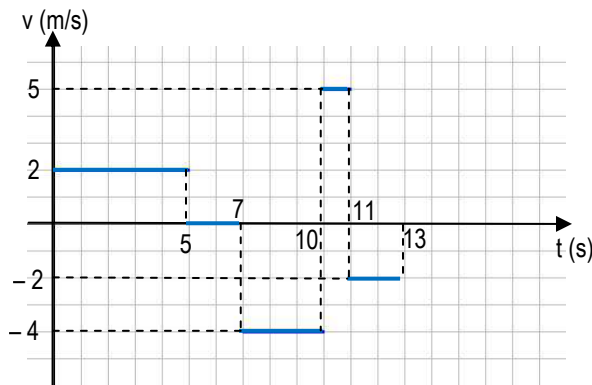
$$s = vt = 15 \text{ m/s} \cdot 300 \text{ s} = 4500 \text{ m} = \mathbf{4,5 \text{ km}}$$

Considerando come velocità finale una velocità nulla, visto che il Tir decelera fino a fermarsi, dalla relazione:  $v = v_0 + at$  posso

determinare il tempo impiegato a fermarsi con la formula inversa:  $t = \frac{v-v_0}{a} = \frac{-15 \text{ m/s}}{-0,6 \text{ m/s}^2} = \mathbf{25 \text{ s}}$

Per determinare la distanza percorsa uso la formula:  $s = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \mathbf{187,5 \text{ m}}$

4. Un oggetto si muove a 2 m/s per 5 s, a 0 m/s per 2 s, a  $-4 \text{ m/s}$  per 3 s, a 5 m/s per 1 s e a  $-2 \text{ m/s}$  per 2 s. Costruisci il grafico velocità-tempo del moto appena descritto e da esso ricava il grafico spazio-tempo. Calcola infine la velocità scalare media.



L'oggetto percorre 10 m nel primo tratto, 0 m nel secondo tratto, torna indietro di 12 m, percorre 5 m in avanti e di nuovo 4 m indietro. In totale percorre 31 m in 13 s e la sua velocità scalare è:  $v_m = \frac{31 \text{ m}}{13 \text{ s}} = \mathbf{2,4 \text{ m/s}}$

5. Un'automobile parte da ferma e in un tempo  $t$  raggiunge una velocità  $v$  percorrendo un tratto di strada  $s$ . Se con la stessa accelerazione, raggiunge una velocità finale doppia, come varia lo spazio percorso? E se lo spazio percorso è lo stesso, ma la velocità finale raddoppia, come varia l'accelerazione?

Considerato che la velocità iniziale è nulla, visto che l'auto parte da ferma, la relazione che lega lo spazio percorso alla velocità finale e all'accelerazione è:  $s = \frac{v^2}{2a}$ . Da questa relazione si evince che lo spazio percorso e la velocità sono legati da una relazione di proporzionalità quadratica diretta, perciò se la velocità finale raddoppia, lo spazio percorso **quadruplica**. Se invece a variare è l'accelerazione, riscrivendo la relazione:  $v^2 = 2as$ , vedo che anche tra accelerazione e velocità c'è una relazione di proporzionalità quadratica diretta, perciò raddoppiando la velocità finale, l'accelerazione **quadruplica**.

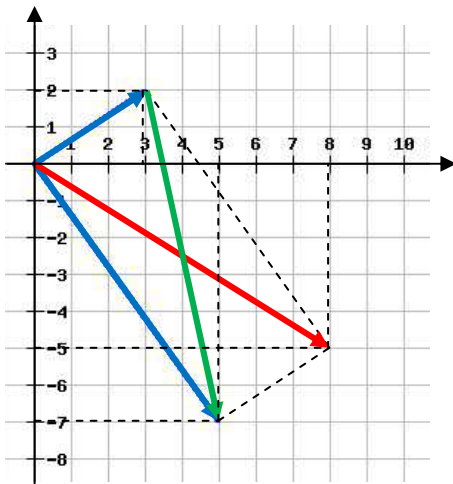
6. Sia dato un vettore di modulo  $15,0\text{ m}$ . Se il vettore forma un angolo di  $120,0^\circ$  con la direzione positiva dell'asse  $x$ , quali sono le sue componenti?

$$A_x = A \cos \alpha = 15,0\text{ m} \cdot \cos 120,0^\circ = -7,5\text{ m} \quad A_y = A \sin \alpha = 15,0\text{ m} \cdot \sin 120,0^\circ = 13,0\text{ m}$$

7. Siano dati i vettori  $\vec{A} = 5\hat{x} - 7\hat{y}$  e  $\vec{B} = 3\hat{x} + 2\hat{y}$ . Rappresenta, determina modulo e direzione dei seguenti vettori:  $\vec{A} + \vec{B}$  e  $\vec{A} - \vec{B}$ . Sia dato il vettore  $\vec{C}$  tale che:  $\vec{A} + 2\vec{B} + \vec{C} = 0$ : determina il vettore  $\vec{C}$ , nelle sue componenti.

$$\vec{A} + \vec{B} = 5\hat{x} - 7\hat{y} + 3\hat{x} + 2\hat{y} = 8\hat{x} - 5\hat{y} \Rightarrow |\vec{A} + \vec{B}| = \sqrt{8^2 + 5^2} = 9,4 \quad \alpha = \text{tg}^{-1} \frac{-5}{8} = -32,0^\circ$$

$$\vec{A} - \vec{B} = 5\hat{x} - 7\hat{y} - (3\hat{x} + 2\hat{y}) = 2\hat{x} - 9\hat{y} \Rightarrow |\vec{A} - \vec{B}| = \sqrt{2^2 + 9^2} = 9,2 \quad \beta = \text{tg}^{-1} \frac{-9}{2} = -77,5^\circ$$



In azzurro ho rappresentato i due vettori  $\vec{A}$  e  $\vec{B}$ , il primo è quello sotto l'asse  $x$ . In rosso ho rappresentato la somma dei due vettori applicando la regola del parallelogramma. In verde ho rappresentato la differenza tra i due vettori.

$$\vec{A} + 2\vec{B} + \vec{C} = 0 \Rightarrow \vec{C} = -\vec{A} - 2\vec{B} = -5\hat{x} + 7\hat{y} - 6\hat{x} - 4\hat{y} = -11\hat{x} + 3\hat{y}$$

8. Una nave si sposta per 15 km in direzione Nord e in direzione Est per 12 km. Dopo un momento di sosta, riparte in direzione sud e percorre 7 km e poi altri 6 km in direzione ovest. Qual è il modulo dello spostamento effettuato? Qual è la sua direzione?

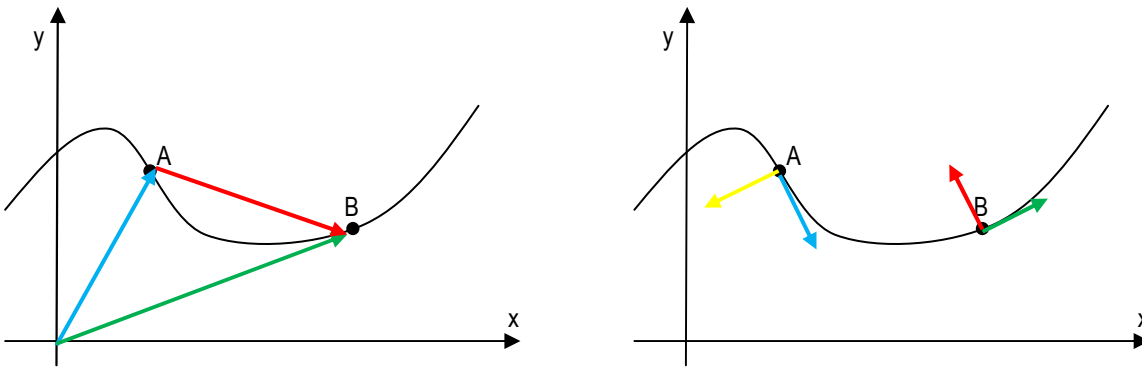
Rappresentando gli spostamenti in componenti e indicandoli con le lettere dell'alfabeto, abbiamo:

$$\vec{A} = 15 \hat{y} \quad \vec{B} = 12 \hat{x} \quad \vec{C} = -7 \hat{y} \quad \vec{D} = -6 \hat{x}$$

Lo spostamento effettivo è dato dalla somma dei quattro vettori, perciò:  $\vec{A} + \vec{B} + \vec{C} + \vec{D} = 6 \hat{x} + 8 \hat{y}$ .

Determiniamo il modulo e la direzione:  $|\vec{A} + \vec{B} + \vec{C} + \vec{D}| = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10 \quad \alpha = \text{tg}^{-1} \frac{8}{6} = 53^\circ$

9. Rappresenta nel primo grafico i vettori posizione di A e di B e il vettore spostamento da A a B. Nel secondo grafico, rappresenta la velocità istantanea in A e in B e indica la direzione e il verso del vettore accelerazione.



Nel grafico a sinistra in azzurro il vettore posizione di A, in verde il vettore posizione di B e in rosso il vettore spostamento da A a B.

Nel grafico a destra in azzurro il vettore velocità istantanea in A (tangente alla traiettoria) e in verde il vettore velocità istantanea in B (tangenti alla traiettoria). In rosso il vettore accelerazione istantanea in B e in giallo quello in A, perpendicolari al vettore velocità.