1. Un disco da hockey è sottoposto a una o più forze, come mostrato nella Figura 1. Disponi i quattro casi, A, B, C e D, in ordine crescente di modulo della forza che agisce sul disco, motivando la tua risposta con i calcoli.

Disco A: Le due forze hanno la stessa direzione, ma verso opposto, perciò il modulo della forza risultante è dato dalla differenza tra i due moduli:

$$F_A = 7N - 5N = \mathbf{2N}$$

Disco B: Le due forze formano un angolo di 90°, perciò il modulo della forza risultante lo posso ottenere con il teorema di Pitagora:

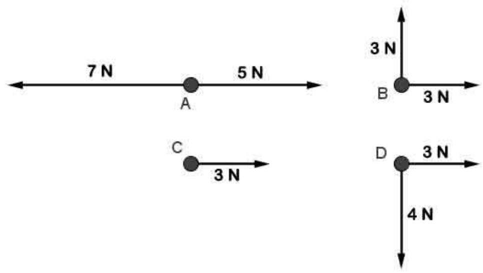
$$F_B = \sqrt{(3N)^2 + (3N)^2} = \mathbf{4N}$$

Disco C: Agisce solo una forza, perciò:

$$F_C = \mathbf{3N}$$

Disco D: Le due forze formano un angolo di 90°, perciò il modulo della forza risultante lo posso ottenere con il teorema di Pitagora:

$$F_D = \sqrt{(4N)^2 + (3N)^2} = \mathbf{5N}$$



L'ordine perciò è: $\boldsymbol{A < C < B < D}$

2. Un secchio di massa 3 kg è calato in un pozzo, mediante una fune, a velocità costante pari a 2 m/s. Calcola la tensione nella fune.

Considerata la velocità costante, per il primo principio della dinamica, la somma delle forze agenti su di essa deve essere nulla, perciò le forze esercitate sul secchio d'acqua devono avere risultante nulla, ovvero la tensione della fune è uguale al peso del secchio:

$$T = P = mg = 3\,kg \cdot 9{,}8\,m/s^2 = \mathbf{3 \cdot 10^1\ N}$$

3. A una palla da biliardo di massa 0,53 kg viene impressa una velocità di modulo 12 m/s in un intervallo di tempo di 4,0 ms. Quale forza ha agito sulla palla durante questo tempo?

$$m = 0{,}53\,kg \qquad v_o = 0{,}0\,m/s \qquad t = 4{,}0 \cdot 10^{-3}\,s \qquad v = 12\,m/s \qquad F?$$

Con le leggi della cinematica determino l'accelerazione e poi, applicando il secondo principio della dinamica, determino la forza:

$$a = \frac{v - v_o}{t} \qquad \Rightarrow \qquad F = ma = m\frac{v - v_o}{t} = \mathbf{1{,}6\ kN}$$

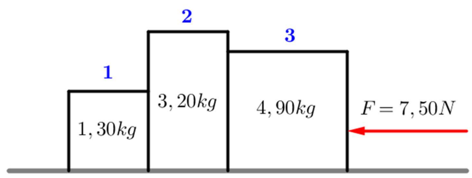
4. Un'automobile di massa $1{,}5 \cdot 10^3\,kg$ viene frenata da una forza costante, esercitata dai freni e pari a $1{,}6 \cdot 10^3\,N$, in uno spazio di 90 m. Determina la velocità a cui viaggiava l'auto.

$$m = 1{,}5 \cdot 10^3\,kg \qquad F = -1{,}6 \cdot 10^3\,N \qquad v_o? \qquad s = 90\,m \qquad v = 0\,m/s$$

Con la seconda legge della dinamica posso determinare l'accelerazione e con questo valore posso determinare la velocità iniziale:

$$F = ma \quad \Rightarrow \quad a = \frac{F}{m} \qquad\qquad s = \frac{v^2 - v_o^2}{2a} = \frac{-v_o^2}{2a} \quad \Rightarrow \quad v_o = \sqrt{-2as} = \sqrt{-\frac{2Fs}{m}} = \mathbf{14\ m/s}$$

5. Una forza di modulo 7,50 N spinge tre scatole di massa $m_1 = 1{,}30\ kg$, $m_2 = 3{,}20\ kg$, $m_3 = 4{,}90\ kg$, come mostrato nella figura 2. Determina la forza di contatto:
   A. tra la scatola 1 e la scatola 2;
   B. tra la scatola 2 e la scatola 3.



Innanzi tutto, determino l'accelerazione del sistema, che ottengo applicando il secondo principio della dinamica, considerando come forza quella data e come massa la somma delle masse:

$$F = (m_1 + m_2 + m_3)\ a \qquad \Rightarrow \qquad a = \frac{F}{m_1 + m_2 + m_3} = 0{,}798\ m/s^2$$

A. Per determinare la forza di contatto tra la scatola 1 e la scatola 2, considero la forza come applicata alla scatola 1, perciò:

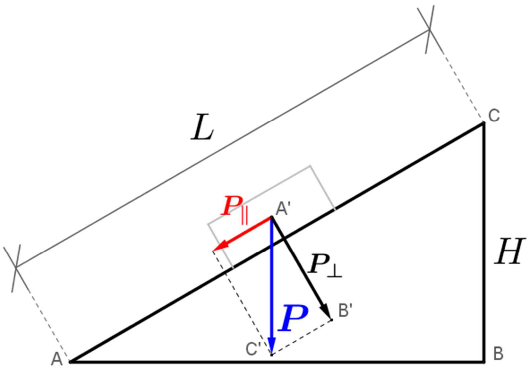
$$F_{1,2} = m_1\ a = \mathbf{1,04\ N}$$

B. Per determinare la forza di contatto tra la scatola 2 e la scatole 3, considero la forza come applicata alle scatole 1 e 2, perciò:

$$F_{2,3} = (m_1 + m_2)\ a = \mathbf{3,59\ N}$$

6. Un blocco di 1,4 kg scende lungo un piano inclinato privo di attrito. Sapendo che il modulo della reazione vincolare è 12 N e che la lunghezza del piano inclinato è di 4,0 m, determina l'altezza del piano.

$$m = 1{,}4\ kg \qquad R = 12\ N \qquad L = 4{,}0\ m \qquad H?$$



La reazione vincolare è uguale e opposta alla componente perpendicolare al piano della forza peso. Posso perciò determinare, con il teorema di Pitagora, la componente della forza peso parallela al piano. Per la similitudine dei triangoli rettangoli ABC e A'B'C', abbiamo la proporzione:

$$AC : BC = A'C' : B'C'$$

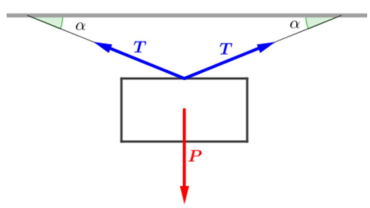
ovvero:

$$L : H = P : P_\parallel$$

Lavorando alla formula otteniamo:

$$H = \frac{P_\parallel}{P} L = \frac{\sqrt{P^2 - P_\perp^2}}{mg} L = \mathbf{1,9\ m}$$

7. Un oggetto di massa m è sospeso a due fili di lunghezza uguale che formano un angolo α con l'orizzontale (figura 3). Calcola la tensione delle funi in funzione dell'angolo e della massa dell'oggetto. Se la massa dell'oggetto si dimezza, come variano le tensioni? Per quale valore dell'angolo α le due tensioni sono minime?



$$T_1 = T_2 = T$$

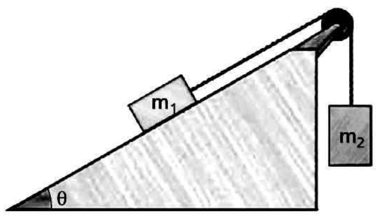
$$\vec{T_1} + \vec{T_2} = -\vec{P} \qquad T_{1x} = -T_{2x} \qquad T_{1y} = T_{2y} = T_y$$

$$T_y + T_y = P \qquad \Rightarrow \qquad 2T_y = P \qquad \Rightarrow \qquad 2T sen\ \alpha = P \qquad \Rightarrow \qquad \boldsymbol{T = \frac{mg}{2\ sen\alpha}}$$

Dimezzando la massa dell'oggetto, si dimezza anche la tensione, visto che è direttamente proporzionale alla massa.

Le due tensioni sono minime se $sen\alpha = 1 \qquad \Rightarrow \qquad \alpha = sen^{-1}1 = \mathbf{90°}$

8. Due corpi sono collegati da una corda priva di massa, come mostrato nella figura a lato. Il piano inclinato e il piolo sono privi d'attrito. Determina l'accelerazione dei corpi e la tensione della corda per valori generici di θ, m_1 e m_2.
Determina il valore dell'accelerazione nel caso in cui la massa sospesa sia il doppio di quella sul piano inclinato e l'angolo valga 30°.



Su entrambi i corpi agiscono la tensione della fune e la forza dovuta all'accelerazione, ma nel caso del corpo sospeso verticalmente ho l'azione della forza peso, nel caso del corpo appoggiato sul piano ho la componente parallela al piano della forza peso:

$$\begin{cases} T - P_{1,\parallel} = m_1 a \\ -T + P_2 = m_2 a \end{cases}$$

Operando sul sistema, posso determinare quanto richiesto, sommando le due equazioni membro a membro:

$$P_2 - P_{1,\parallel} = m_1 a + m_2 a$$

$$m_2 g - m_1 g \, sen\theta = a\,(m_1 + m_2) \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{a = \frac{m_2 - m_1\, sen\theta}{m_1 + m_2}\, g}$$

Ora posso determinare la tensione:

$$T = m_2 g - m_2 a = m_2 g - m_2 \frac{m_2 - m_1\, sen\theta}{m_1 + m_2} g = \boldsymbol{\frac{m_1 m_2\,(1 + sen\theta)}{m_1 + m_2}\, g}$$

Ora si suppone che:

$$m_2 = 2\, m_1 \qquad \theta = 30° \qquad \Rightarrow \qquad sen\,\theta = \frac{1}{2}$$

$$a = \frac{2\, m_1 - \frac{1}{2} m_1}{m_1 + 2 m_1} g = \frac{\frac{3}{2} m_1}{3 m_1} g = \frac{1}{2}\, g = \boldsymbol{4,9\ m/s^2}$$