1. Una macchina percorre 50 km in 30 minuti grazie a un motore che sviluppa una potenza di $21 \cdot 10^3\ W$. Calcola la forza esercitata.

Applicando la definizione di potenza e di lavoro:

$$P = \frac{L}{t} = \frac{Fs}{t} \qquad \Rightarrow \qquad F = \frac{tP}{s} = \mathbf{7,6\ \cdot 10^2\ N}$$

2. Valentina, 50,0 kg, sale col suo skateboard su una rampa con la velocità iniziale di 3,90 m/s. L'altezza massima della rampa è 50,0 cm. Calcola:
   a. l'energia cinetica all'imbocco della rampa;
   b. l'energia potenziale gravitazionale all'uscita della rampa;
   c. l'energia cinetica all'uscita della rampa;
   d. la velocità con cui esce dalla rampa.

a. Applichiamo la definizione di energia cinetica:

$$K_o = \frac{1}{2}mv^2 = \mathbf{380\ J}$$

b. Applichiamo la definizione di energia potenziale:

$$U_f = mgh = \mathbf{245\ J}$$

c. Applicando il principio di conservazione dell'energia, otteniamo:

$$K_o + U_o = K_f + U_f \qquad \Rightarrow \qquad K_f = K_o + U_o - U_f$$

L'energia potenziale iniziale è nulla, perciò otteniamo l'energia cinetica finale come differenza tra l'energia cinetica iniziale l'energia potenziale finale:

$$K_f = K_o - U_f = \mathbf{135\ J}$$

d. Dall'energia cinetica finale, applicando la definizione di energia cinetica, possiamo ricavare la velocità:

$$K_f = \frac{1}{2}mv_f^2 \qquad \Rightarrow \qquad v_f = \sqrt{\frac{2K_f}{m}} = \mathbf{2,32\ m/s}$$

3. Un oggetto, agganciato all'estremo libero di una molla di costante elastica k, è appoggiato su un piano orizzontale privo di attrito. L'oggetto è fermo nella posizione 10 mm grazie all'applicazione di una forza di modulo 5,0 N.
   a. Calcola la costante elastica della molla.
   b. L'oggetto viene spostato fino alla posizione 15 mm. Calcola il lavoro della forza elastica.

a. Dalla definizione di modulo della forza elastica, determiniamo la costante:

$$F = kx \qquad \Rightarrow \qquad k = \frac{F}{x} = \mathbf{500\ N/m}$$

b. Il lavoro fatto è dato dalla differenza tra le due energie potenziali:

$$L = \frac{1}{2}kx_2^2 - \frac{1}{2}kx_1^2 = \mathbf{3,1\ \cdot 10^{-2}\ J}$$

4. Un fiume ha una portata di 100 m³/s. La velocità dell'acqua che attraversa una sezione del letto del fiume è 0,50 m/s. Quanto vale la superficie di quella sezione trasversale?

$$Q_V = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{A\, v\Delta t}{\Delta t} = Av \qquad \Rightarrow \qquad A = \frac{Q_V}{v} = \boldsymbol{200\ m^2}$$

5. In un idrante, l'acqua scorre con una velocità di 1,5 m/s. All'uscita del tubo, di raggio 5,0 cm, c'è un ugello, di raggio 2,5 cm.
   a. Con quale velocità l'acqua attraversa l'ugello?
   b. Calcola, trascurando l'attrito, a quale distanza dall'ugello cadrà l'acqua se l'idrante è tenuto orizzontalmente a 1,0 m dal suolo.

   a. Per la legge di continuità:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \qquad \Rightarrow \qquad v_2 = v_1 \frac{A_1}{A_2} = v_1 \frac{\pi\, r_1^2}{\pi\, r_2^2} = v_1 \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = 4v_1 = \boldsymbol{6,0\ m/s}$$

   b. Applicando le equazioni del moto parabolico, otteniamo la gittata dell'acqua:

$$\begin{cases} x = v_2 t \\ y = h - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

Considerando la quota di arrivo dell'altezza, ovvero 0 m, posso ricavare il tempo di volo:

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

Sostituendo il valore del tempo nell'equazione del moto rettilineo uniforme – la componente orizzontale – trovo la gittata:

$$x = v_2 \sqrt{\frac{2h}{g}} = \boldsymbol{2,7\ m}$$

6. Durante un uragano, i venti raggiungono la velocità di 54,0 m/s. Se questo vento soffia al di sopra del tetto di una casa, quanto vale la differenza di pressione atmosferica tra l'esterno dell'abitazione e il suo interno? (densità dell'aria: 1,29 kg/m³).

Applicando l'equazione di Venturi e considerando nulla la velocità all'interno della casa, ottengo:

$$P_{est} + \frac{1}{2}\rho v_{est}^2 = P_{int} + \frac{1}{2}\rho v_{int}^2 \qquad \Rightarrow \qquad P_{est} - P_{int} = -\frac{1}{2}\rho v_{est}^2 = \boldsymbol{-1,88 \cdot 10^3\ Pa}$$

7. Uno sciatore di 80 kg affronta un dosso alto 3,1 m alla velocità di 50 km/h. Durante la salita, l'attrito con la neve e con l'aria trasforma $3{,}3 \cdot 10^3\ J$ della sua energia meccanica in altre forme di energia. Quanto vale la velocità dello sciatore quando raggiunge la sommità del dosso?

Scriviamo il principio di conservazione dell'energia considerando l'energia dispersa per effetto della forza d'attrito:

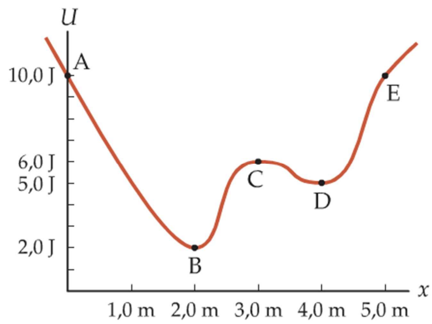
$$U_o + K_o = U_f + K_f + E_{att}$$

Considerando nulla l'energia potenziale iniziale, otteniamo:

$$K_f = K_o - U_f - E_{att}$$

$$\frac{1}{2}mv_f^2 = \frac{1}{2}mv_o^2 - mgh - E_{att} \quad \Rightarrow \quad v_f = \sqrt{v_o^2 - 2gh - \frac{2}{m}E_{att}} = \mathbf{7{,}0\ m/s}$$

8. Un oggetto di massa 1,60 kg si muove lungo l'asse x in un sistema conservativo in cui l'energia potenziale U segue l'andamento mostrato in figura. Se A e E rappresentano il punto di inversione del moto per questo oggetto, determina il modulo della velocità dell'oggetto in B ed il valore dell'energia cinetica in D.



L'energia meccanica totale del sistema è data da 10,0 J, ovvero l'energia potenziale del punto di inversione A.
Perciò, applicando il principio di conservazione dell'energia:

$$E = U_B + K_B \quad \Rightarrow \quad K_B = E - U_B$$

$$\frac{1}{2}mv_B^2 = E - U_B \quad \Rightarrow \quad v_B = \sqrt{\frac{2\,(E - U_B)}{m}} = \mathbf{3{,}2\ m/s}$$

Sempre per il principio di conservazione dell'energia:

$$E = U_D + K_D \quad \Rightarrow \quad K_D = E - U_D = \mathbf{4{,}0\ J}$$