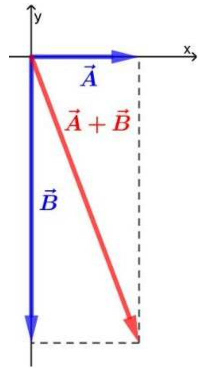
1. Se $\vec{A}$ è un vettore di modulo $12{,}1\ m$ che punta nel verso delle x positive e $\vec{B}$ è un vettore di modulo $32{,}2\ m$ che punta nel verso delle y negative, quanto vale il modulo del vettore $\vec{A}+\vec{B}$?
Supponi che $\vec{A}$ e $\vec{B}$ vengano moltiplicati per 2. Come varia il modulo del vettore somma? Come varia l'angolo di direzione del vettore somma?

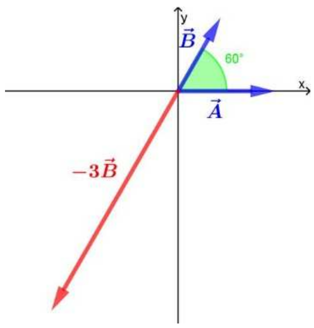
Dalla rappresentazione dei due vettori nel piano cartesiano, posso notare con facilità la perpendicolarità dei due vettori: per determinarne il modulo della somma, basta applicare il teorema di Pitagora:

$$\left|\vec{A}+\vec{B}\right| = \sqrt{A^2+B^2} = \mathbf{34,4\ m}$$

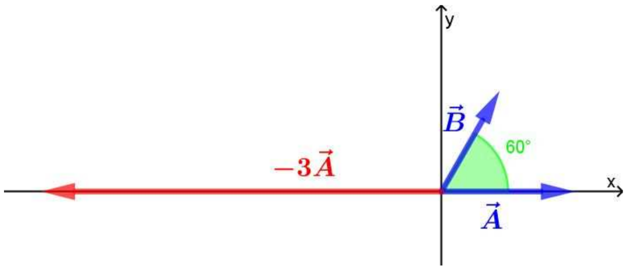
Raddoppiando la lunghezza dei due vettori, anche il vettore somma raddoppierà, ma non cambierà la direzione del vettore somma, venendosi a formare un triangolo simile a quello di partenza e, per definizione, con gli stessi angoli.



2. Due vettori $\vec{A}$ e $\vec{B}$ formano un angolo di 60°.
   A. Qual è l'angolo che formano i vettori $\vec{A}$ e $-3\vec{B}$?
   B. Qual è l'angolo che formano i vettori $-3\vec{A}$ e $\vec{B}$?



L'angolo formato tra i vettori $\vec{A}$ e $-3\vec{B}$ è adiacente all'angolo di 60° formato tra i vettori $\vec{A}$ e $\vec{B}$, perciò è un angolo di **120°**



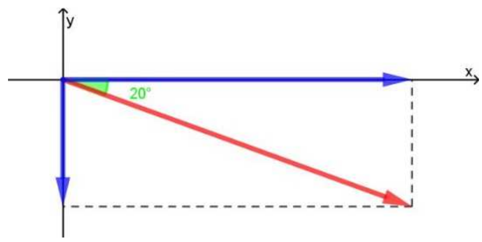
L'angolo formato tra i vettori $-3\vec{A}$ e $\vec{B}$ è adiacente all'angolo di 60° formato tra i vettori $\vec{A}$ e $\vec{B}$, perciò è un angolo di **120°**

3. Una balena emerge dall'acqua per respirare e successivamente si immerge con un angolo di 20° sotto l'orizzontale. Se la balena continua a muoversi in linea retta per $150\ m$, che profondità raggiunge? Di quanto si è spostata orizzontalmente?

Determinare la profondità a cui è arrivata la balena e di quanto si sia spostata orizzontalmente equivale a determinare le componenti del vettore rappresentato a lato:

profondità raggiunta: $150\ m \cdot \sin 20° = \mathbf{51,2\ m}$

spostamento orizzontale: $150\ m \cdot \cos 20° = \mathbf{141\ m}$



4. Siano date le forze: $\vec{F}_1 = (-3{,}0\ N; 4{,}0\ N)$, $\vec{F}_2 = (4{,}0\ N; -1{,}0\ N)$ e $\vec{F}_3 = (4{,}0\ N; 0\ N)$. Rappresentale nel piano cartesiano, disegna la forza risultante e determinane intensità e direzione.

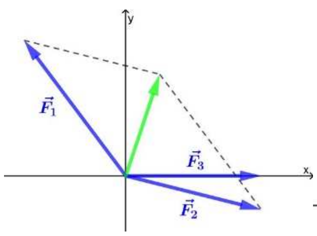
Ho rappresentato la somma graficamente, applicando due volte la regola del parallelogramma, e ottenendo la risultante (il vettore rosso), ma posso determinarne le componenti, facendo la somma dei tre vettori:

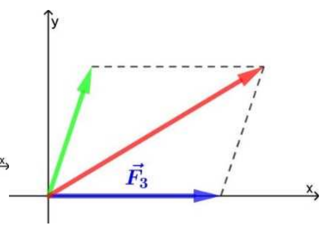
$$\vec{F} = (5{,}0\ N; 3{,}0\ N)$$

Ottengo l'intensità applicando il teorema di Pitagora:

$$F = \sqrt{5^2+3^2}\ N = \mathbf{5,8\ N}$$

Per determinare l'angolo formato con l'asse x, applico la formula inversa: $F_x = F\cos\alpha \quad \Rightarrow \quad \alpha = \operatorname{acos}\frac{F_x}{F} = \mathbf{31°}$





5. Un astronauta pesa $99{,}0\ N$ sulla Luna, dove l'accelerazione di gravità è $1{,}62\ m/s^2$. Quanto pesa sulla Terra?

$$P_L = 99{,}0\ N \qquad g_L = 1{,}62\ m/s^2 \qquad g = 9{,}81\ m/s^2 \qquad P?$$

Il peso è dato dal prodotto tra massa e accelerazione di gravità, ovvero: $P_L = mg_L$, perciò $m = \frac{P_L}{g_L}$.

La massa è la stessa, indipendentemente dal luogo dove si trova, perciò possiamo determinare il peso sulla Terra:

$$P = mg = \frac{P_L}{g_L} g = \mathbf{600\ N}$$

6. Due ragazzi vanno a fare la spesa e mettono nel carrello due pacchi di pasta da $1{,}00\ kg$ l'uno, cinque yogurt da $125\ g$ ciascuno e due pacchi di gelato da $500\ g$. Se il carrello ha una massa di $14{,}0\ kg$, quanto pesa il carrello pieno?

$$m_1 = 1\ kg \qquad N_1 = 2 \qquad m_2 = 0{,}125\ kg \qquad N_2 = 5 \qquad m_3 = 0{,}500\ kg \qquad N_3 = 2 \qquad m = 14{,}0\ kg \qquad P?$$

La massa totale del carrello è data dalla somma di tutte le masse coinvolte: $M = N_1 m_1 + N_2 m_2 + N_3 m_3 + m$.

Il peso del carrello pieno è dato dal prodotto della massa totale per l'accelerazione di gravità: $P = Mg = \mathbf{173\ N}$.

7. Un oggetto portato su un pianeta sconosciuto aumenta il suo peso di $6{,}0\ N$, che corrisponde a un aumento percentuale del 20%. Calcola la massa dell'oggetto.

$$P_p - P = 6{,}0\ N \qquad \frac{P_p - P}{P} = 20\% \qquad g = 9{,}81\ m/s^2 \qquad m?$$

Per determinare il peso totale dell'oggetto sulla Terra, possiamo impostare una proporzione:

$$20 : 100 = 6{,}0\ N : P \qquad \Rightarrow \qquad P = \frac{100 \cdot 6{,}0\ N}{20} = 30\ N$$

Il peso è dato dal prodotto tra massa e accelerazione di gravità, ovvero: $P = mg$, perciò $m = \frac{P}{g} = \mathbf{3{,}1\ kg}$.

8. Scegli uno dei seguenti problemi:

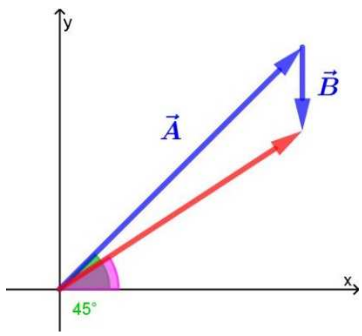
A. Un escursionista decide di fare una passeggiata in un bosco. Lascia l'auto in un posteggio e si avvia per un sentiero, spostandosi di $4{,}5\ km$ in direzione nord-est e poi di $1{,}1\ km$ in direzione sud. Di quanto si è spostato l'escursionista rispetto alla sua auto? In che direzione?

Dalla rappresentazione a lato, possiamo notare, in rosso, il vettore somma dei due spostamenti (la somma è stata ottenuta con il metodo punta-coda) e l'angolo formato con la direzione positiva dell'asse x. Procediamo determinando le componenti dei singoli vettori:

$$A_x = A\cos 45° \qquad A_y = A\sin 45° \qquad B_x = 0 \qquad B_y = -B$$
$$R_x = A\cos 45° \qquad R_y = A\sin 45° - B$$

Possiamo quindi determinare intensità e direzione della risultante:

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \mathbf{3{,}8\ km} \qquad \alpha = \text{atan}\frac{R_y}{R_x} = \mathbf{33{,}2°}$$



B. La mappa di un tesoro ti indica di partire da un albero di palma e di camminare verso nord per $15{,}0\ m$; poi devi girarti di 90° e camminare per $22{,}0\ m$, quindi voltarti ancora di 90° e camminare per altri $5{,}00\ m$. Calcola la distanza dalla palma per ognuno dei quattro possibili luoghi in cui si può trovare il tesoro.

Il grafico a lato rappresenta i quattro possibili punti di arrivo. Avendo rappresentato gli spostamenti in un piano cartesiano, a partire dall'origine (la palma), vediamo che i punti di arrivo sono simmetrici rispetto all'asse y due a due. Determiniamo, quindi, le due distanze:

$$\overline{OB_1} = \overline{OB_2} = \sqrt{22{,}0^2 + 10{,}0^2}\ m = \mathbf{24{,}2\ m}$$
$$\overline{OA_1} = \overline{OA_2} = \sqrt{22{,}0^2 + 20{,}0^2}\ m = \mathbf{29{,}7\ m}$$