1. Dai la definizione di parabola come luogo geometrico.

La parabola è il luogo geometrico dei punti del piano equidistanti da un punto fisso detto fuoco e da una retta fissa detta direttrice.

Determina l'equazione della parabola che ha il fuoco di coordinate $F\left(\frac{1}{a+3};\ -a\right)$ e direttrice $x = -\frac{1}{a+3}$.

Applicando la definizione di parabola come luogo geometrico, considero un generico punto P di coordinate $P(x; y)$:

$$\overline{PF} = d\left(P, x = -\frac{1}{a+3}\right)$$

$$\left(x - \frac{1}{a+3}\right)^2 + (y+a)^2 = \left(x + \frac{1}{a+3}\right)^2$$

$$x^2 + \frac{1}{(a+3)^2} - \frac{2x}{a+3} + y^2 + 2ay + a^2 = x^2 + \frac{1}{(a+3)^2} + \frac{2x}{a+3}$$

$$\frac{4x}{a+3} = y^2 + 2ay + a^2$$

$$\boldsymbol{x = \frac{a+3}{4}y^2 + \frac{a+3}{2}ay + \frac{a^2(a+3)}{4}}$$

Come si comporta la concavità della parabola?

Se $a > -3$, la concavità è rivolta verso destra

Se $a < -3$, la concavità è rivolta verso sinistra

Quali sono le coordinate dell'intersezione della parabola con l'asse x? $\boldsymbol{\left(\frac{a^2(a+3)}{4}; 0\right)}$

Quali sono le coordinate del vertice? $\boldsymbol{(0;\ -a)}$

2. Data la parabola di equazione $y = \frac{1}{2}x^2 + 3x + 4$. Determina:

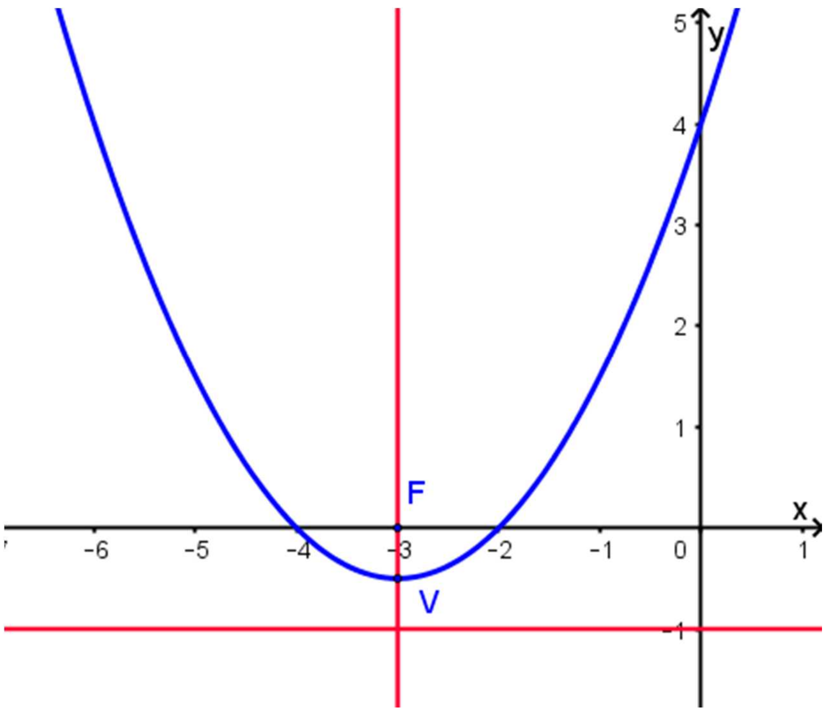
Fuoco $(-3; 0)$

Vertice $\left(-3; -\frac{1}{2}\right)$

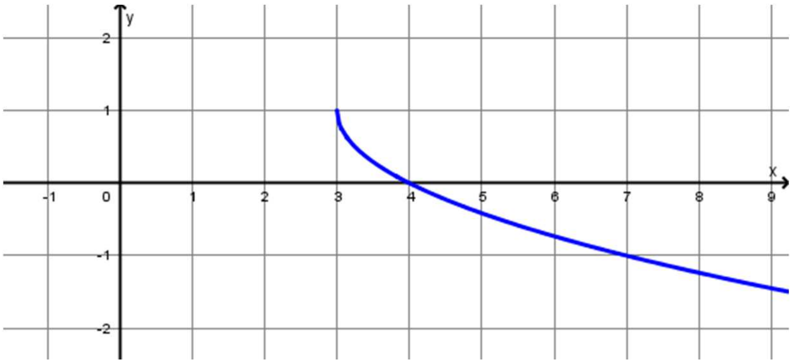
Equazione della direttrice $y = -1$

Equazione dell'asse di simmetria $x = -3$

Rappresentala.



3. Determina l'equazione della curva rappresentata di seguito.



La generica funzione rappresentata ha equazione:

$$y - y_V = -\sqrt{x - x_V}$$

Con il segno negativo che precede la radice dato dal fatto che ho scelto la parte inferiore della parabola. Perciò l'equazione è:

$$\boldsymbol{y = 1 - \sqrt{x - 3}}$$

5. Data la generica parabola di equazione $x = ky^2 + 2ky + 4k\,(k-1)$, trova l'equazione della parabola passante per il punto $A\,(3;-2)$.

Impongo il passaggio della parabola per il punto A, sostituendo le coordinate del punto nell'equazione:

$$3 = 4k - 4k + 4k(k-1) \qquad 4k^2 - 4k - 3 = 0$$

$$k_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{4+12}}{4} = \frac{2 \pm 4}{4} = \left\langle \begin{array}{l} \frac{3}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{array} \right.$$

Sono due le parabole passanti per il punto dato:

$$\boldsymbol{x = \frac{3}{2}y^2 + 3y + 3} \qquad \boldsymbol{x = -\frac{1}{2}y^2 - y + 3}$$