1. Stabilisci se le seguenti affermazioni sono vere o false:

| | **V** | **F** |
|---|---|---|
| Il quadrato di un numero irrazionale è sempre razionale | ☐ | ☑ |
| $\sqrt{-10} = -\sqrt{10}$ | ☐ | ☑ |
| $\sqrt[3]{-10} = -\sqrt[3]{10}$ | ☑ | ☐ |
| $\sqrt{4} = \pm 2$ | ☐ | ☑ |
| La radice quadrata di un qualsiasi numero reale esiste ed è unica | ☐ | ☑ |
| Per ogni numero intero positivo $n$, risulta $\sqrt[n]{0} = 0$ | ☑ | ☐ |
| La somma di due radicali quadratici non nulli può essere zero | ☐ | ☑ |
| Per ogni numero intero positivo $n$, risulta $\sqrt[n]{-1} = -1$ | ☐ | ☑ |
| Una frazione è un numero reale | ☑ | ☐ |
| $\sqrt{(-2)^4}$ non esiste | ☐ | ☑ |
| $\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{-2} = 0$ | ☑ | ☐ |
| $\sqrt[4]{2} + \sqrt[4]{-2} = 0$ | ☐ | ☑ |
| La condizione di esistenza del radicale $\sqrt{x-4}$ è $x \geq 4$ | ☑ | ☐ |
| Un radicale ha sempre lo stesso segno del suo radicando | ☐ | ☑ |
| Se $a, b \in \mathbb{R}$: $a^2 < b^2 \iff a < b$ | ☐ | ☑ |
| $\sqrt[3]{a} \geq 0, \forall a \in \mathbb{R}$ | ☐ | ☑ |

Determina le condizioni di esistenza delle seguenti espressioni:

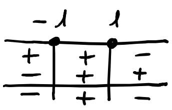
2. $\sqrt{-x^2-4}$

$-x^2-4 \geq 0 \qquad x^2+4 \leq 0 \qquad \boldsymbol{\nexists x \in \mathbb{R}}$

3. $\sqrt[3]{-\frac{1}{x^2}} + \sqrt{1-x^2}$

$\begin{cases} x^2 \neq 0 \\ 1-x^2 \geq 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x \neq 0 \\ (1-x)(1+x) \geq 0 \end{cases}$

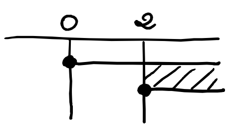
$IF \geq 0\colon\ x \leq 1$
$IIF \geq 0\colon\ x \geq -1$




$\begin{cases} x \neq 0 \\ -1 \leq x \leq 1 \end{cases} \qquad \boldsymbol{-1 \leq x < 0 \quad \vee \quad 0 < x \leq 1}$

4. $\sqrt{x} + \sqrt{x-2}$

$\begin{cases} x \geq 0 \\ x-2 \geq 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x \geq 0 \\ x \geq 2 \end{cases}$

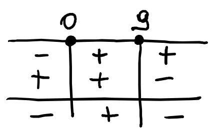



$\boldsymbol{x \geq 2}$

5. $\sqrt[5]{\frac{7x+2}{x}} + \sqrt{9x-x^2}$

$\begin{cases} x \neq 0 \\ 9x-x^2 \geq 0 \end{cases}$

$x(9-x) \geq 0 \qquad IF \geq 0\colon\ x \geq 0$
$IIF \geq 0\colon\ x \leq 9$




$\begin{cases} x \neq 0 \\ 0 \leq x \leq 9 \end{cases} \qquad \boldsymbol{0 < x \leq 9}$

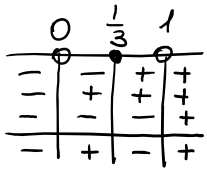
6. $\sqrt{4x^2+4x+1}+\sqrt[3]{x^2-4}$

$4x^2+4x+1 \geq 0 \qquad (2x+1)^2 \geq 0 \qquad \boldsymbol{\forall x \in \mathbb{R}}$

7. $\sqrt{\frac{1}{x}+\frac{2}{x-1}}$

$\frac{1}{x}+\frac{2}{x-1} \geq 0 \qquad \frac{x-1+2x}{x(x-1)} \geq 0 \qquad \frac{3x-1}{x(x-1)} \geq 0$

$N \geq 0: \quad x \geq \frac{1}{3}$
$D_1 > 0: \quad x > 0$
$D_2 > 0: \quad x > 1$



$\boldsymbol{0 < x \leq \frac{1}{3} \quad \vee \quad x > 1}$

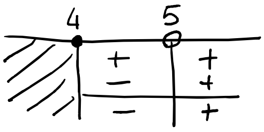
Determina per quali valori di $x$ l'espressione data è definita e positiva:

8. $\frac{\sqrt{2x-8}}{x-5}$

$C.E.: \begin{cases} 2x-8 \geq 0 \\ x-5 \neq 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x \geq 4 \\ x \neq 5 \end{cases} \qquad 4 \leq x < 5 \quad \vee \quad x > 5$

$\frac{\sqrt{2x-8}}{x-5} \geq 0$

$N \geq 0: \quad \sqrt{2x-8} \geq 0 \quad \forall x \in D$
$D > 0: \quad x > 5$



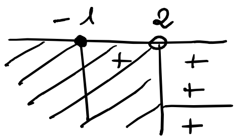
$\boldsymbol{x > 5}$

9. $\frac{\sqrt[3]{x+1}}{\sqrt{x-2}}$

$C.E.: x-2 > 0 \qquad x > 2$

$\frac{\sqrt[3]{x+1}}{\sqrt{x-2}} \geq 0$

$N \geq 0: \quad \sqrt[3]{x+1} \geq 0 \quad x \geq -1$
$D > 0: \quad \forall x \in D$



$\boldsymbol{x > 2}$