



Istituto Omnicomprensivo "Decio Celeri"

Scuola dell'infanzia – Scuola Primaria – Scuola Secondaria di I grado

Liceo Artistico – Classico – Scientifico – Scienze Applicate – Sportivo

Via Nazario Sauro, 2 – 24065 Lovere (BG) – Tel. 035 983177 – C.F. 81004920161 – Cod.Mecc. BGIS00100R

www.liceoceleri.edu.it e-mail: bgis00100r@istruzione.it posta certificata: bgis00100r@pec.istruzione.it

CLASSE 4^A A LICEO SCIENTIFICO

28 novembre 2024

Funzioni goniometriche

«È duro convincere uno studente di scuola superiore che incontrerà un sacco di problemi molto più difficili dell'algebra o della geometria.» (Edgar Watson Howe)

120 minuti – 100% – **Matematica**

COGNOME _____ **NOME** _____

1. Determina l'angolo $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ tale che la sua tangente sia doppia del seno. _____ / 3

2. Dato l'angolo $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, determina le condizioni per il parametro, affinché siano verificate le seguenti uguaglianze: _____ / 5

$$(k - 1) \tan \alpha = k^2 + 1 \quad k \cos \alpha = -\frac{1}{3}$$

3. Calcola il valore delle rimanenti funzioni goniometriche, essendo dati: _____ / 5

$$\cos \alpha = -\frac{8}{17} \quad \text{con} \quad \pi < \alpha < \frac{3}{2}\pi \quad \tan \alpha = -\frac{3\sqrt{7}}{7} \quad \text{con} \quad \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$$

4. Verifica che, se $\tan^2 \alpha = 1 + 2 \tan^2 \beta$, si ha pure: $\cos^2 \beta = 2 \cos^2 \alpha$. _____ / 3

5. Calcola: _____ / 3

$$\sin \left(\arccos \left(-\frac{1}{2} \right) \right) = \dots\dots\dots$$

$$\tan \left(\arcsin \frac{\sqrt{5}}{5} \right) = \dots\dots\dots$$

6. Verifica che, per $-1 \leq x \leq 1$, è $\cos(\arcsin x) = \sqrt{1 - x^2}$. _____ / 3

7. Determina il dominio delle seguenti funzioni: _____ / 5

$$y = \arccos \frac{2x - 3}{x + 2} \quad y = \sqrt{\arcsin(x - 1)}$$

8. Sapendo che $\sin \frac{\pi}{10} = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$, calcola: _____ / 7

$$\cos \left(\frac{2}{5} \pi \right) = \dots\dots\dots$$

$$\cos \left(\frac{3}{5} \pi \right) = \dots\dots\dots$$

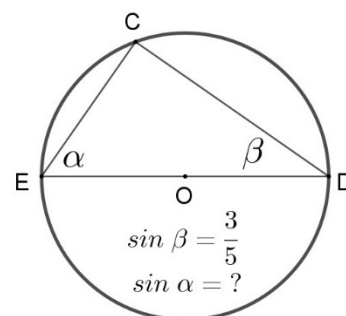
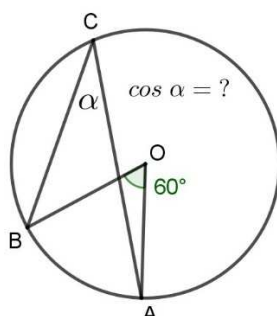
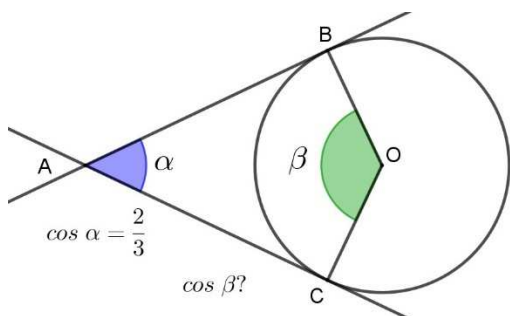
$$\sin \left(\frac{9}{10} \pi \right) = \dots\dots\dots$$

$$\cos \left(-\frac{2}{5} \pi \right) = \dots\dots\dots$$

$$\cos \left(\frac{7}{5} \pi \right) = \dots\dots\dots$$

9. Calcola: $\arcsin x + \arccos x$. _____ / 4

10. Data la circonferenza C di centro O e raggio r , determina le funzioni goniometriche richieste: _____ / 8



11. Disegna le seguenti funzioni, utilizzando i grafici delle funzioni goniometriche: _____ / 10

$y = -\sin(-x)$ $y = \frac{\cos x + \sin x}{\sin x}$ $y = \sin|x|$ $y = \frac{1}{2} \sin 2x$ $y = |\cos(-x)| + 1$

12. Calcola il valore delle seguenti espressioni: _____ / 8

$$\left(\frac{2}{\sqrt{3}} \tan \frac{\pi}{3} - \frac{3}{4} \cot \frac{\pi}{4} + \cos \pi\right) \left(3 + \sin \frac{\pi}{2}\right) \quad \left(\frac{1 - \cos \frac{\pi}{6}}{1 + \cos \frac{\pi}{6}} + \frac{\tan \frac{\pi}{4} - \tan \frac{\pi}{6}}{1 + \tan \frac{\pi}{4} \cdot \tan \frac{\pi}{6}}\right) : \frac{1 - \cos \frac{\pi}{6}}{\sin \frac{\pi}{6}}$$

$$\sqrt{2} \sin 45^\circ - \sqrt{3} \cos 150^\circ + \tan 120^\circ - \cot 150^\circ + \sin 210^\circ + \sin^2 315^\circ + \tan^2 135^\circ - \cos^3 270^\circ + \sec^2 180^\circ$$

13. Semplifica le seguenti espressioni servendoti delle relazioni fra le funzioni goniometriche, che si suppongono definite per i valori di α che si considerano: _____ / 8

$$\tan(\pi + \alpha) \left[1 - \frac{1}{\sin(\pi - \alpha)}\right] + \frac{1}{\cos(2\pi - \alpha)} \quad \cos\left(\frac{5}{2}\pi + \alpha\right) \cos\left(\frac{5}{2}\pi - \alpha\right) - \sin(\pi + \alpha) \sin(\pi - \alpha)$$

$$\sin\left(\alpha + \frac{3}{2}\pi\right) + \cos(\alpha + \pi) - \cos\left(\alpha - \frac{3}{2}\pi\right) - \cos\left(\frac{3}{2}\pi + \alpha\right) \quad \frac{\tan(2\pi - \alpha) - \cot(\pi - \alpha)}{\cos(-\alpha) + \sin(\pi + \alpha)} - \sec(8\pi - \alpha)$$

14. Verifica le seguenti identità, supponendo che α assuma solo valori per i quali sono definite le diverse funzioni e le diverse espressioni che in esse figurano: _____ / 9

$$\frac{\sin^3 x + \cos^3 x}{1 - \sin x \cos x} = \sin x + \cos x \quad \frac{1 + \sin x}{1 - \sin x} = \frac{\operatorname{cosec} x + 1}{\operatorname{cosec} x - 1}$$

$$\sin^6 x + \cos^6 x - 2 \sin^4 x - \cos^4 x + \sin^2 x = 0$$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$x = 0$	(0; 14)	[14; 23)	[23; 32)	[32; 45)	[45; 50)	[50; 59)	[59; 68)	[68; 81)	$x = 81$