



COGNOME \_\_\_\_\_ NOME \_\_\_\_\_

1. Determina per quale valore  $k \in \mathbb{R}^+$  la funzione  $f(x) = (e^{3x} - 1) \ln(1 + 3x^k)$  è un infinitesimo di ordine 5 per  $x \rightarrow 0$ . \_\_\_\_\_ / 4

2. Calcola i seguenti limiti, tenendo presente il principio di sostituzione degli infinitesimi, la gerarchia degli infiniti e il principio di sostituzione degli infiniti: \_\_\_\_\_ / 8

A.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - 1}{\ln(1 - 5x)}$

B.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 + 1 - \cos x}{x^2(1 - x^2)}$

C.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin(x - 2)}{e^{x^2 - 4} - 1}$

D.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 3x}{\ln^2(1 + 2x)}$

E.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x + \ln \frac{1}{x}\right)$

F.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + \ln^3 x}{x^{10} + e^x}$

G.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x} + e^{2x} + \ln 5x}{e^{3x} + x^3}$

H.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^{\frac{1}{2x}}$

3. È data la funzione  $f(x) = \frac{2x^2 + 3x - a}{ax^2 + bx - 4}$ . Determina i parametri  $a$  e  $b$  in modo che  $x = 1$  sia un punto di discontinuità di terza specie per  $f(x)$ . \_\_\_\_\_ / 4

4. Determina i punti di discontinuità e la relativa specie delle seguenti funzioni: \_\_\_\_\_ / 6

A.  $f(x) = \frac{x^2}{2x - 2}$

B.  $f(x) = \frac{1}{1 - \frac{1}{2x}}$

C.  $f(x) = \begin{cases} \frac{e^x - 1}{x} & x > 0 \\ 1 + \sqrt[3]{x} & x < 0 \end{cases}$

5. Enuncia il teorema dei valori intermedi. Mostra, con un grafico, che una funzione può soddisfare la tesi del teorema, ma non le sue ipotesi. \_\_\_\_\_ / 6

6. Stabilisci per quali valori del parametro  $k$  la funzione  $f(x) = kx^5 - x + 2k + 2$  ha sicuramente almeno uno zero nell'intervallo  $[1; 2]$ . \_\_\_\_\_ / 5

7. Determina le equazioni degli asintoti della funzione  $f(x) = \frac{x^2 - x - 1}{2x - 4}$ . \_\_\_\_\_ / 6

8. Determina, se possibile, per quali valori del parametro  $k$  il grafico della funzione: \_\_\_\_\_ / 6

$$f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{kx^2 + 2(1 - k)x + k - 3}$$

- A. non ha asintoti verticali;
- B. ha come asintoto orizzontale la retta  $y - 3 = 0$ ;
- C. ha come asintoto orizzontale l'asse  $x$ .

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$x=0$	$0 < x < 7,8$	$7,8 \leq x < 12,8$	$12,8 \leq x < 17,8$	$17,8 \leq x < 24$	<b><math>24 \leq x &lt; 27,8</math></b>	$27,8 \leq x < 32,8$	$32,8 \leq x < 37,8$	$37,8 \leq x < 45$	$x=45$

**BUON LAVORO!!!**

