Risolvi le seguenti espressioni:

1. $\{[(a^{n+1})^{n-2} : (a^{n+3})^{n}] \cdot a^{4n}\}^{-1} - 3^2 a^2$

$= \left[\left(a^{(n+1)(n-2)} : a^{n\,(n+3)}\right) \cdot a^{4n}\right]^{-1} - 9a^2 = \left[\left(a^{n^2-n-2} : a^{n^2+3n}\right) \cdot a^{4n}\right]^{-1} - 9a^2 =$

$= \left(a^{n^2-n-2-n^2-3n} \cdot a^{4n}\right)^{-1} - 9a^2 = (a^{-4n-2} \cdot a^{4n})^{-1} - 9a^2 = (a^{-4n-2+4n})^{-1} - 9a^2 =$

$= (a^{-2})^{-1} - 9a^2 = a^2 - 9a^2 = \mathbf{-8a^2}$

2. $x^2\,[(x-3)(x+3) - (x-3)^2 - 6\,(x-2)]^{-1} : \left(\frac{1}{2}x\right) + \frac{1}{3}x$

$= x^2\,[x^2 - 9 - (x^2 - 6x + 9) - 6x + 12]^{-1} : \left(\frac{1}{2}x\right) + \frac{1}{3}x =$

$= x^2\,[x^2 - 9 - x^2 + 6x - 9 - 6x + 12]^{-1} : \left(\frac{1}{2}x\right) + \frac{1}{3}x =$

$= x^2\,(-6)^{-1} : \left(\frac{1}{2}x\right) + \frac{1}{3}x = -\frac{1}{6}x^2 : \left(\frac{1}{2}x\right) + \frac{1}{3}x = -\frac{1}{3}x + \frac{1}{3}x = \mathbf{0}$

3. $3^{-1} - \left(\frac{1}{2}x - 1\right)\left(\frac{1}{6}x^2 + \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}\right) - \left(-\frac{1}{2}x\right)^3 : 3 : \frac{1}{2}$

$= \frac{1}{3} - \left(\frac{1}{12}x^3 + \frac{1}{6}x^2 + \frac{1}{3}x - \frac{1}{6}x^2 - \frac{1}{3}x - \frac{2}{3}\right) - \left(-\frac{1}{8}x^3\right) \cdot \frac{1}{3} \cdot 2 =$

$= \frac{1}{3} - \frac{1}{12}x^3 + \frac{2}{3} + \frac{1}{8}x^3 \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{3} - \frac{1}{12}x^3 + \frac{2}{3} + \frac{1}{12}x^3 = \mathbf{1}$

4. $\left\{[(-2a^2b)^3 + ab^2\,(-2a^3)] : \left(-\frac{1}{2}a^2b\right)^2\right\}(1 - 4a^2b) : (-2)^3 + 2\left(\frac{1}{2} + 8a^4b^2\right)$

$= \left\{[-8\,a^6b^3 - 2\,a^4b^2] : \left(\frac{1}{4}a^4b^2\right)\right\}(1 - 4a^2b) : (-8) + 1 + 16\,a^4b^2 =$

$= (-32\,a^2b - 8)(1 - 4a^2b) \cdot \left(-\frac{1}{8}\right) + 1 + 16\,a^4b^2 = (4\,a^2b + 1)(1 - 4\,a^2b) + 1 + 16\,a^4b^2 =$

$= -16\,a^4b^2 + 1 + 1 + 16\,a^4b^2 = \mathbf{2}$

5. $(ax+2b)^3 - 2^2b^2\,(3ax+2b) - (-ax)^2(ax+6b) - \left(-\frac{1}{3}\right)^{-1}$

$= a^3x^3 + 6a^2bx^2 + 12\,a\,b^2x + 8b^3 - 4b^2\,(3ax+2b) - a^2x^2(ax+6b) - (-3) =$

$= a^3x^3 + 6a^2bx^2 + 12\,a\,b^2x + 8b^3 - 12\,a\,b^2x - 8\,b^3 - a^3x^3 - 6a^2b\,x^2 + 3 = \mathbf{3}$

6. $\frac{x-5}{4} - \frac{2x+1}{3} - \frac{1}{2}x - \frac{29-11x}{12}$

$= \frac{1}{4}x - \frac{5}{4} - \frac{2}{3}x - \frac{1}{3} - \frac{1}{2}x - \frac{29}{12} + \frac{11}{12}x = \frac{3-8-6+11}{12}x + \frac{-15-4-29}{12} = \mathbf{-4}$

7. Dati i polinomi $A(x) = x^2 - 1$, $B(x) = x + 3$ e $C(x) = 2x^2 + 4x$, semplifica l'espressione:

$$2\,A(x) + 4\,B(x) - C(x) - 5$$

$$2\,(x^2-1) + 4\,(x+3) - (2x^2+4x) - 5 = 2x^2 - 2 + 4x + 12 - 2x^2 - 4x - 5 = \mathbf{5}$$

8. La somma S è divisa in tre parti, di cui la prima è $a+b$ e la seconda supera di $2b$ la prima; si sa inoltre che la terza parte è il triplo della prima. Esprimi la somma S in funzione di a e di b.

1^	$a+b$	
2^	$a+b+2b$	$S = a+b+a+b+2b+3a+3b = \mathbf{5a+7b}$
3^	$3\,(a+b)$	

9. Calcola l'area del rettangolo di perimetro $4a+8b$, sapendo che la base misura $a+3b$.

Se la base misura $a+3b$, considerato che il perimetro è il doppio della somma di base e altezza, posso ottenere l'altezza, sottraendo la base dal semiperimetro:

$$2\,(B+H) = 4a+8b \qquad B+H = 2a+4b \qquad H = 2a+4b-B = 2a+4b-(a+3b) = a+b$$

A questo punto posso calcolare l'area, prodotto di base e altezza:

$$Area = BH = (a+3b)(a+b) = a^2+ab+3ab+3b^2 = \mathbf{a^2+4ab+3b^2}$$

10. Completa:

$-5x^2\left(-3\,x^3-2\,y^2\right)=15x^5+10x^2y^2$

$-3a^2b\left(-a^2b^2+2a^3b\right)=3\,a^4b^3-6a^5b^2$

$\left(4\,a^6b^3-3\,a^3b^5\right):(-3a^3b^3)=-\dfrac{4}{3}a^3+b^2$

$\left(a^1b^2\right)^3-a^3b^6=0$

$(2x-\ 5y)^2=4x^2-20\,xy+25\,y^2$

$(3-\ x)(3+x)=9-x^2$

$\left(a+2b^2\right)^3=a^3+6\,a^2b^2+12\,a^1b^4+8b^6$

$(a^2+b-\ c)^2=a^4+b^2+c^2+2\,a^2b-2a^2c-2bc$

11. Calcola le seguenti potenze di binomio:

$(x^2-y)^5 \qquad (a+2b)^4$

Utilizziamo il triangolo di Tartaglia:

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1

$(x^2-y)^5=x^{10}-5x^8y+10x^6y^2-10x^4y^3+5x^2y^4-y^5$

$(a+2b)^4=a^4+8a^3b+24a^2b^2+32ab^3+16b^4$