

1. Siano dati gli insiemi $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 3 \leq x \leq 7\}$ $B = \left\{x \in \mathbb{N} \mid x = \frac{5n+1}{n+1} \text{ con } n \in \mathbb{N} \text{ e } n \leq 3\right\}$.
 Rappresenta i seguenti insiemi in modo estensivo:

$$A = \{3, 4, 5, 6, 7\} \qquad B = \{1, 3, 4\}$$

$$A \cup B = \{1, 3, 4, 5, 6, 7\} \qquad A \cap B = \{3, 4\} \qquad A - B = \{5, 6, 7\} \qquad B - A = \{1\}$$

2. Individua la proprietà caratteristica degli elementi dei seguenti insiemi, dandone poi una rappresentazione intensiva.

$$A = \{1; 3; 5; 7; 9; 11; 13; 15\} = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 2n + 1 \text{ con } n \in \mathbb{N} \text{ e } n \leq 7\}$$

$$B = \{4; 8; 12; 16; 20; 24; 28\} = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 4n \text{ con } n \in \mathbb{N}^* \text{ e } n \leq 7\}$$

$$C = \left\{0; \frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}; \frac{4}{5}; \dots\right\} = \left\{x \in \mathbb{Q} \mid x = \frac{n}{n+1} \text{ con } n \in \mathbb{N}\right\}$$

$$D = \{0; 1; 4; 9; 16; 25; \dots\} = \{x \in \mathbb{N} \mid x = n^2 \text{ con } n \in \mathbb{N}\}$$

$$E = \left\{1; \frac{1}{4}; \frac{1}{9}; \frac{1}{16}; \frac{1}{25}; \frac{1}{36}; \dots\right\} = \left\{x \in \mathbb{Q} \mid x = \frac{1}{n^2} \text{ con } n \in \mathbb{N}^*\right\}$$

3. La parte colorata in figura è l'insieme:

	$(B \cup C) - A$	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
	$(B - A) \cap (C - A)$	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
	$(B \cap C) \cup (B - A) \cup (C - A)$	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
	$(B - A) \cup (C - A)$	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
	$\bar{A} \cap (B \cup C)$	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
	$[(B \cap C) \cup (A \cap C)] - (A \cap B)$	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
	$[(B \cap C) - A] \cup [(A \cap C) - B]$	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
	$[(B \cap C) - (A \cap B)] \cup (A \cap C)$	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
	$(B \cap C) \cup (A \cap C)$	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
	$[(B \cap C) - (A \cap B)] \cup [(A \cap C) - B]$	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>

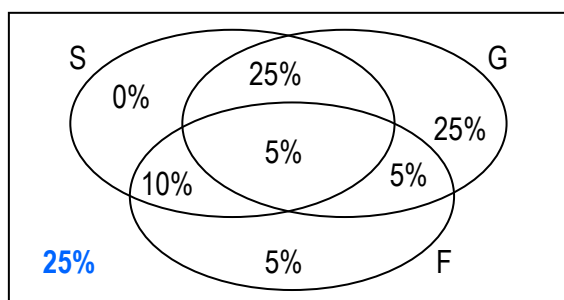
4. Semplifica la seguente espressione: $\overline{\overline{A \cap B} \cap (A \cap \overline{B})} \cap (A - B)$.

$$\overline{\overline{A \cap B} \cap (A \cap \overline{B})} \cap (A - B) = \overline{\overline{B - A} \cap (A - B)} \cap (A - B) = \overline{(A - B)} \cap (A - B) = \emptyset$$

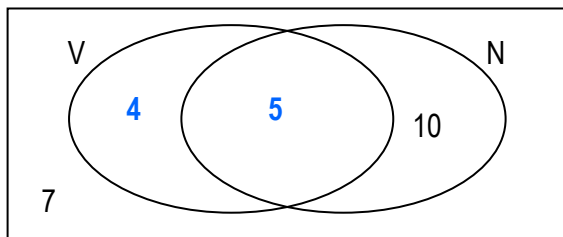
5. Dati gli insiemi $A = \{0; 1; 2; 3; 4\}$ e $B = \{0; 4\}$, determina, per elencazione, l'insieme:

$$(A \times B) \cap (B \times A) = B \times B = \{(0; 0); (0; 4); (4; 0); (4; 4)\}$$

6. Da una indagine, risulta che il 5% degli intervistati legge abitualmente libri scientifici, gialli e di fantascienza, il 15% legge libri scientifici e di fantascienza, il 10% legge gialli e libri di fantascienza, il 30% legge libri scientifici e gialli, il 40% legge libri scientifici, il 60% legge gialli e il 25% legge libri di fantascienza. Quanti intervistati non leggono nessuno di questi generi?



7. In una classe ci sono 26 alunni; di questi 9 suonano il violino, 15 praticano nuoto e 7 non fanno né l'una né l'altra cosa. Trova quanti alunni suonano il violino e praticano nuoto e quanti suonano solo il violino.



4 praticano suonano solo il violino. 5 suonano il violino e praticano nuoto.

8. Se si afferma «ogni film d'amore è drammatico», quali delle seguenti frasi possono essere dedotte dall'affermazione fatta? (Aiutati con i diagrammi di Venn, indicando con A l'insieme dei film d'amore e con D l'insieme dei film drammatici):

Se un film è d'amore, allora è drammatico	<input checked="" type="radio"/> V	<input type="radio"/> F	Se un film è drammatico, allora è d'amore	<input type="radio"/> V	<input checked="" type="radio"/> F
Tutti i film drammatici sono d'amore	<input type="radio"/> V	<input checked="" type="radio"/> F	Se un film non è drammatico, allora non è d'amore	<input checked="" type="radio"/> V	<input type="radio"/> F
Se un film non è d'amore, allora non è drammatico	<input type="radio"/> V	<input checked="" type="radio"/> F	Qualche film drammatico è d'amore	<input checked="" type="radio"/> V	<input type="radio"/> F
Ci possono essere film drammatici che non sono d'amore	<input checked="" type="radio"/> V	<input type="radio"/> F			

9. Verifica, utilizzando le tavole di verità, la seguente uguaglianza logica: $a \leftrightarrow b = (a \wedge b) \vee (\bar{a} \wedge \bar{b})$.

a	b	$a \leftrightarrow b$	\bar{a}	\bar{b}	$a \wedge b$	$\bar{a} \wedge \bar{b}$	$(a \wedge b) \vee (\bar{a} \wedge \bar{b})$
V	V	V	F	F	V	F	V
V	F	F	F	V	F	F	F
F	V	F	V	F	F	F	F
F	F	V	V	V	F	V	V

10. Verifica che la seguente formula enunciativa è una tautologia (detta modus tollendo ponens) $[(a \vee b) \wedge \bar{b}] \rightarrow a$ e fai un esempio di ragionamento schematizzabile con tale formula.

a	b	\bar{b}	$(a \vee b)$	$(a \vee b) \wedge \bar{b}$	$[(a \vee b) \wedge \bar{b}] \rightarrow a$
V	V	F	V	F	V
V	F	V	V	V	V
F	V	F	V	F	V
F	F	V	F	F	V

ESEMPIO: Se piove o c'è il sole e non c'è il sole, allora piove.

11. Date le proposizioni: p : è estate q : vado al mare
utilizza i connettivi logici opportuni per scrivere simbolicamente le seguenti proposizioni:

È estate e vado al mare	$p \wedge q$
Se è estate, allora vado al mare	$p \rightarrow q$
Vado al mare se non è estate	$\bar{p} \rightarrow q$
Se è estate, vado al mare e, se non è estate, non vado al mare	$(p \rightarrow q) \wedge (\bar{p} \rightarrow \bar{q})$
Se non è estate, allora o vado al mare o non ci vado	$\bar{p} \rightarrow (q \vee \bar{q})$

12. Considera il ragionamento: «Se il quadrilatero ABCD ha i lati opposti paralleli, allora è un parallelogrammo; il quadrilatero ABCD ha i lati opposti paralleli, quindi è un parallelogrammo». Stabilisci su quale regola di deduzione è basato e identifica premesse e conclusione.

a: il quadrilatero ABCD ha i lati opposti paralleli

b: il quadrilatero ABCD è un parallelogrammo

Schematizzando il ragionamento, diventa: $[(a \rightarrow b) \wedge a] \rightarrow b$, ovvero si tratta del modus ponens.

Prima premessa: "Se il quadrilatero ABCD ha i lati opposti paralleli è un parallelogrammo"

Seconda premessa: "Il quadrilatero ABCD ha i lati opposti paralleli"

Conclusione: "Il quadrilatero ABCD è un parallelogrammo"

13. Esprimi l'affermazione «Se un numero è divisibile per 12, allora è divisibile per 6» in termini di condizione necessaria o sufficiente.

Condizione necessaria perché un numero sia divisibile per 12 è che sia divisibile per 6.

Condizione sufficiente perché un numero sia divisibile per 6 è che sia divisibile per 12.

14. Considera le seguenti affermazioni relative a un quadrilatero e completa la tabella:

$p(x)$: x è un trapezio; $q(x)$: x è un parallelogrammo	in forma simbolica	
Essere trapezio è condizione sufficiente per essere parallelogrammo	$p(x) \Rightarrow q(x)$	<input checked="" type="radio"/> V <input checked="" type="radio"/> F
Essere parallelogrammo è condizione sufficiente per essere trapezio	$q(x) \Rightarrow p(x)$	<input checked="" type="radio"/> V <input checked="" type="radio"/> F
Essere trapezio è condizione necessaria per essere parallelogrammo	$q(x) \Rightarrow p(x)$	<input checked="" type="radio"/> V <input checked="" type="radio"/> F
Essere parallelogrammo è condizione necessaria per essere trapezio	$p(x) \Rightarrow q(x)$	<input checked="" type="radio"/> V <input checked="" type="radio"/> F

15. Siano dati i predicati $a(x)$ e $b(x)$ di dominio $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ e con insieme di verità, rispettivamente, $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ e $B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$. Stabilisci l'insieme di verità dei seguenti predicati:

$a(x) \vee b(x)$	$A \cup B = \{1,2,3,4,5,6,8,10\}$	$a(x) \wedge b(x)$	$A \cap B = \{2,4,6\}$
$\overline{a(x)} \wedge b(x)$	$\overline{A} \cap B = B - A = \{8,10\}$	$a(x) \wedge \overline{b(x)}$	$A \cap \overline{B} = A - B = \{1,3,5\}$

Se l'insieme di verità di $b(x)$ è $B = \{2, 4, 6\}$, vale l'implicazione $b(x) \rightarrow a(x)$? **Si** Perché? Perché $B \subseteq A$

16. Dati i predicati: $p(x): x^2 - 16 = 0$ $q(x): x - 4 = 0$ con $x \in \mathbb{Z}$ determina il valore di verità:

$p(-4) \vee q(-4)$	<input checked="" type="radio"/> V <input type="radio"/> F	$p(4) \wedge q(-4)$	<input type="radio"/> V <input checked="" type="radio"/> F	$p(4) \wedge q(4)$	<input checked="" type="radio"/> V <input type="radio"/> F
$p(-4) \rightarrow q(4)$	<input checked="" type="radio"/> V <input type="radio"/> F	$p(3) \rightarrow q(4)$	<input checked="" type="radio"/> V <input type="radio"/> F	$p(2) \vee \overline{q(4)}$	<input type="radio"/> V <input checked="" type="radio"/> F
$\overline{p(3)} \rightarrow q(5)$	<input type="radio"/> V <input checked="" type="radio"/> F	$\overline{p(4) \wedge q(5)}$	<input checked="" type="radio"/> V <input type="radio"/> F		