1. Un'auto passa da 15 m/s a 20 m/s. Se percorre 140 m, quanto dura la fase di accelerazione?

Considerando che, nel diagramma velocità-tempo, lo spazio è l'area sottesa dal grafico, ovvero: $s=\frac{(v+v_o)\cdot t}{2}$, possiamo ottenere il tempo con la formula inversa:

$$t=\frac{2s}{v+v_o}=\mathbf{8s}$$

2. Un'auto viaggia per 240 km alla velocità media di 60 km/h e per i successivi 240 km alla velocità media di 120 km/h. Calcola la velocità media durante l'intero percorso e il tempo impiegato a percorrerlo.

Nel primo tratto, l'auto viaggia per $t_1=\frac{s_1}{v_1}=4h$, mentre nel secondo tratto viaggia per $t_2=\frac{s_2}{v_2}=2h$, perciò possiamo calcolare la velocità media durante l'intero percorso, facendo il rapporto tra spazio totale e tempo totale:

$$v=\frac{s_1+s_2}{t_1+t_2}=\mathbf{80\ km/h}$$

Il tempo totale è di **6 ore**.

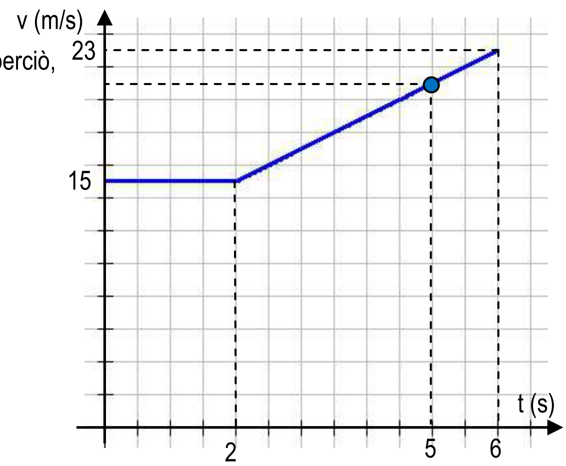
3. Due atleti, Mario e Franco, stanno facendo una corsa. Franco parte 16 m dietro Mario correndo alla velocità media di 9 m/s. Se Mario corre alla velocità media di 8 m/s, calcola dopo quanto tempo Franco raggiunge Mario e lo spazio percorso da Franco in tale intervallo di tempo.

Scriviamo le leggi orarie dei due moti e per rispondere alle domande, mettiamo a sistema le due equazioni:

$$\begin{matrix} Franco: s=9t \\ Mario: s=8t+16 \end{matrix} \Rightarrow \begin{cases} s=9t \\ s=8t+16 \end{cases} \Rightarrow 9t=8t+16$$

Franco raggiunge Mario dopo **16 s** e in tale intervallo di tempo ha percorso $s=9\,m/s\cdot 16s=\mathbf{144\ m}$

4. Un treno si muove alla velocità costante di 15 m/s per 2 s, successivamente si muove per 4,0 s con accelerazione costante uguale a 2,0 m/s². Dopo aver rappresentato in un grafico la situazione descritta, ricava la velocità dopo 5,0 s e la distanza percorsa in tale tempo.



Dopo 5,0 s, significa che ha cominciato il moto uniformemente accelerato da 3 s, perciò, applicando la legge oraria della velocità, posso trovare la velocità a 5,0 s:

$$v=15+2t=\mathbf{21\ m/s}$$

Per la distanza percorsa, calcolo l'area sottesa dal grafico fino a 5,0 s:

$$s=15\,m/s\cdot 2s+\frac{(15\,m/s+21\,m/s)\cdot 3s}{2}=\mathbf{84\ m}$$

5. Un ciclista pedala alla velocità di 36 km/h; durante gli ultimi 4 s dello sprint finale aumenta la velocità fino a 50,4 km/h. Calcola l'accelerazione media e, nell'ipotesi che l'accelerazione si mantenga costante, lo spazio percorso durante i 4 s finali.

Trasformo innanzi tutto le velocità da km/h a m/s: 36 km/h = 10 m/s e 50,4 km/h = 14 m/s.
Per calcolare l'accelerazione, uso la definizione di accelerazione: $a = \frac{v - v_o}{t} = \mathbf{1\ m/s^2}$
Per determinare lo spazio percorso nei 4 s, posso calcolare lo spazio come area sottesa dal grafico velocità-tempo:

$$s = \frac{(v + v_o) \cdot t}{2} = \mathbf{48\ m}$$

6. Un'automobile sta viaggiando ad una velocità v_o, quando improvvisamente si presenta, ad una distanza s, un ostacolo. L'autista, azionando i freni, riesce a fermarsi applicando un'accelerazione a. Stabilisci per quale valore di a, in funzione di s e v_o, l'autista riesce a fermarsi. Se la velocità iniziale raddoppia, supponendo costante l'accelerazione, come varia lo spazio di frenata? Motiva la tua risposta.

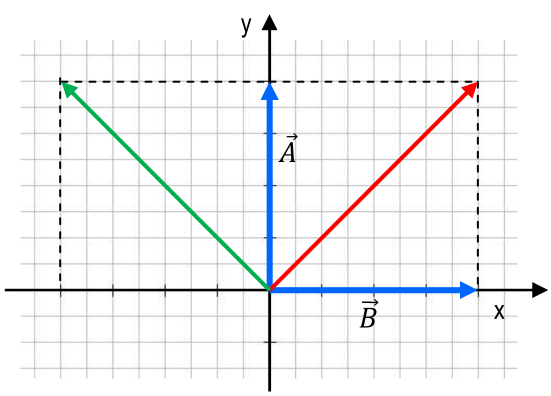
$$s = \frac{v^2 - v_o^2}{2a} \qquad \Longrightarrow \qquad a = -\frac{\mathbf{v_o^2}}{\mathbf{2s}}$$

Tra la velocità iniziale a lo spazio c'è un legame di proporzionalità quadratica diretta, perciò se la velocità iniziale raddoppia, lo spazio di frenata **quadruplica**.

7. Un vettore $\vec{A}$ di modulo 4 m forma con la direzione positiva dell'asse x un angolo di 90°. Un vettore $\vec{B}$ di modulo uguale a quello di $\vec{A}$, forma un angolo di 0°, sempre con la direzione positiva dell'asse x. Dopo aver determinato le componenti cartesiane dei due vettori,
   a. determina $\vec{A} + \vec{B}$ e $\vec{A} - \vec{B}$ in componenti
   b. determina modulo e direzione di $\vec{A} + \vec{B}$ e $\vec{A} - \vec{B}$
   c. rappresenta nel piano cartesiano i vettori $\vec{A}, \vec{B}, \vec{A} + \vec{B}$ e $\vec{A} - \vec{B}$.

$\boldsymbol{\vec{A} = 4\hat{y}} \qquad \boldsymbol{\vec{B} = 4\hat{x}}$

a. $\vec{A} + \vec{B} = \mathbf{4\hat{x} + 4\hat{y}} \qquad \vec{A} - \vec{B} = \mathbf{-4\hat{x} + 4\hat{y}}$



b. Come si può notare dalle coordinate cartesiane:

$$|A + B| = |A - B| = \sqrt{4^2 + 4^2} = \mathbf{5,66}$$

Per la direzione, considerato che il vettore somma è adagiato sulla bisettrice di primo e terzo quadrante, forma un angolo di **45°** con la direzione positiva dell'asse x. Invece, il vettore differenza è adagiato sulla bisettrice di secondo e quarto quadrante, perciò forma un angolo di **135°** con la direzione positiva dell'asse x.

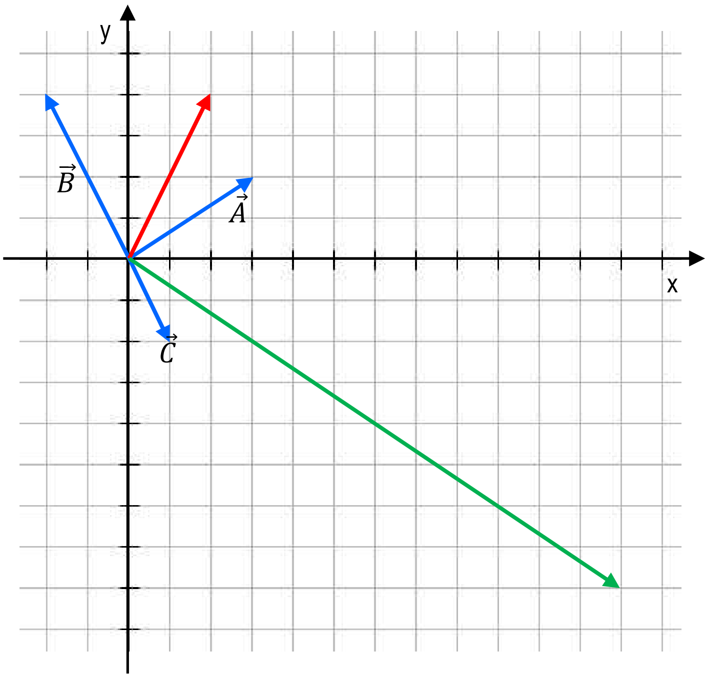
c. In blu i due vettori $\vec{A}$ e $\vec{B}$, in rosso il vettore somma e in verde il vettore differenza

8. Dati i vettori $\vec{A}\ (3,2), \vec{B}\ (-2,4)$ e $\vec{C}\ (1,-2)$, determina in componenti e rappresenta graficamente i vettori:
   a. $\vec{D} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$
   b. $\vec{E} = 2\vec{A} - 3\vec{B}$

a. $\vec{D} = 3\hat{x} + 2\hat{y} - 2\hat{x} + 4\hat{y} + \hat{x} - 2\hat{y} = \mathbf{2\hat{x} + 4\hat{y}}$

b. $\vec{E} = 2 \cdot (3\hat{x} + 2\hat{y}) - 3 \cdot (-2\hat{x} + 4\hat{y}) = \mathbf{12\hat{x} - 8\hat{y}}$

In rosso ho rappresentato il vettore $\vec{D}$ e in verde il vettore $\vec{E}$.



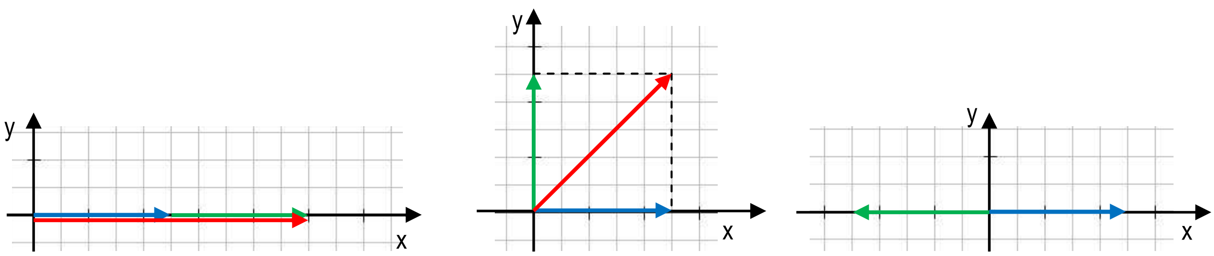
9. Trova graficamente e per componenti la somma di due vettori aventi lo stesso punto di applicazione e lo stesso modulo 5 nei seguenti casi:
   a. i due vettori hanno la stessa direzione e lo stesso verso
   b. le direzioni dei due vettori formano un angolo di 90°
   c. i due vettori hanno la stessa direzione e verso opposto

a. Nel caso in cui i due vettori abbiano stessa direzione e stesso verso, il vettore somma avrà stessa direzione e stesso verso dei due vettori e modulo pari alla somma dei due moduli, ovvero 10.

b. Nel caso in cui i due vettori formino un angolo di 90°, avremo $\vec{A} = 5\hat{x}$ e $\vec{B} = 5\hat{y}$, perciò: $\vec{A} + \vec{B} = 5\hat{x} + 5\hat{y}$.

c. Se i due vettori hanno la stessa direzione, ma verso opposto, la somma dei due vettori è il vettore nullo.

Di seguito sono rappresentati in azzurro il vettore $\vec{A}$, in verde il vettore $\vec{B}$ e in rosso la loro somma nei tre casi.



a. b. c.