

1. Un'automobilista attraversa un tratto dell'autostrada Milano-Brescia sorvegliato dal sistema Tutor. A metà del tratto, l'autista si accorge di aver tenuto una velocità costante superiore del 20% alla velocità limite e capisce di rischiare una contravvenzione. Quale dovrà essere la sua velocità nel resto del percorso, per essere sicuro di rispettare il limite di velocità? Esprimila in percentuale rispetto alla velocità limite.

$$v_1 = \frac{120}{100} v_L \quad v_m = v_L \quad v_2?$$

La velocità è data, per definizione, da: $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$.

Per non incorrere in una contravvenzione, l'automobilista dovrà mantenere una velocità media pari alla velocità limite, perciò il rapporto tra l'intero tratto di autostrada e il tempo impiegato a percorrerlo dovrà dare come risultato la velocità limite.

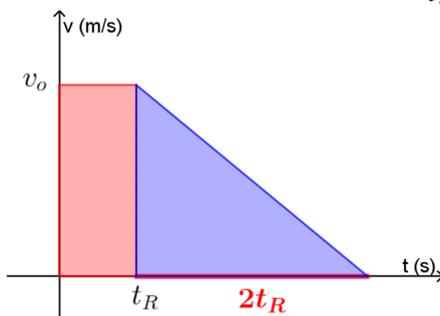
Il tempo totale per percorrere tale tratto sarà dato da: $\Delta t_L = \frac{s}{v_L}$. Tale tempo è dato da: $\Delta t_L = \Delta t_1 + \Delta t_2$, dove il primo intervallo di tempo Δt_1 è il tempo necessario per percorrere la prima metà del tratto $s/2$ con una velocità v_1 , mentre il secondo, Δt_2 , è il tempo per percorrere la seconda metà del tratto di strada $s/2$, ovvero:

$$\Delta t_L = \Delta t_1 + \Delta t_2 \quad \Rightarrow \quad \Delta t_2 = \Delta t_L - \Delta t_1 = \frac{s}{v_L} - \frac{s/2}{v_1} = \frac{s}{v_L} - \frac{s}{2v_1} = \frac{s}{2} \left(\frac{2}{v_L} - \frac{1}{v_1} \right)$$

È quindi possibile, a questo punto, determinare la velocità v_2 :

$$v_2 = \frac{s_2}{\Delta t_2} = \frac{s/2}{s/2 \left(\frac{2}{v_L} - \frac{1}{v_1} \right)} = \frac{1}{\frac{2}{v_L} - \frac{100}{120 v_L}} = \frac{1}{\frac{2}{v_L} - \frac{5}{6 v_L}} = \frac{6 v_L}{12 - 5} = \frac{6}{7} v_L = \mathbf{86 \% v_L}$$

2. Un automobilista sta viaggiando lungo una strada, quando nota un ostacolo a una certa distanza. Supponendo che riesca a evitare l'ostacolo per un soffio, che la frenata duri il doppio della reazione, che lo spazio percorso durante il tempo di reazione sia 75 m, quanto era distante l'ostacolo quando l'ha visto?



$$v_o \quad s_R = 75 \text{ m} \quad t_F = 2 t_R \quad s?$$

Indico con t_R il tempo di reazione e con $2t_R$ il tempo della frenata. L'area colorata, quella sottesa dal grafico, rappresenta lo spazio percorso. Lo spazio di reazione corrisponde all'area del rettangolo indicato in rosso, mentre lo spazio di frenata è dato dall'area del triangolo. Sapendo che $s_R = v_o \cdot t_R$ e che $s_F = \frac{1}{2} v_o \cdot t_F$, dai dati posso ricavare lo spazio totale:

$$s = s_R + s_F = v_o t_R + \frac{1}{2} v_o \cdot 2 t_R = v_o t_R + v_o t_R = 2 s_R = \mathbf{150 \text{ m}}$$

3. Due auto dello stesso modello si trovano a percorrere un tratto di strada in due momenti diversi e con due velocità diverse, tali che il loro rapporto sia uguale a $\sqrt{2}$. Entrambi gli autisti si trovano, ad un certo punto, nelle condizioni di dover arrestare l'auto e, riescono a percorrere uno spazio di frenata uguale. Qual è il rapporto tra le due decelerazioni?

$$v_1 = v_2 \sqrt{2} \quad s_1 = s_2 \quad a_1/a_2?$$

Trattandosi di una frenata che riduce a zero la velocità, lo spazio di frenata può essere espresso in funzione della velocità iniziale e dell'accelerazione: $s = \frac{v_F^2 - v_o^2}{2a}$, dove v_F è la velocità finale (e in questo caso è nulla), mentre v_o è, rispettivamente, v_1 per la prima auto e v_2 per la seconda:

$$s_1 = -\frac{v_1^2}{2a_1} \quad \Rightarrow \quad a_1 = -\frac{v_1^2}{2s_1} \quad s_2 = -\frac{v_2^2}{2a_2} \quad \Rightarrow \quad a_2 = -\frac{v_2^2}{2s_2}$$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{-\frac{v_1^2}{2s_1}}{-\frac{v_2^2}{2s_2}} = \frac{v_1^2}{2s_1} \cdot \frac{2s_2}{v_2^2} = \frac{2v_1^2}{2s_1} \cdot \frac{2s_2}{v_2^2} = \mathbf{2}$$

4. Giorgio esce da casa in bicicletta e vuole raggiungere Giulia, che è partita in bicicletta 10 minuti prima e viaggia a velocità costante di 2,5 m/s. Quale velocità deve avere Giorgio per raggiungere Giulia in 12 minuti?

$$v_1 = 2,5 \text{ m/s} \quad t_1 = 10 \text{ min} \quad t_2 = 12 \text{ min} \quad v_2?$$

Calcolo innanzi tutto quanto spazio ha percorso Giulia in 22 minuti (i 10 dalla partenza di Giorgio e i 12 che impiega Giorgio a raggiungerla) e ricordando che si tratta di un moto a velocità costante:

$$s = v_1(t_1 + t_2)$$

Lo stesso spazio sarà percorso da Giorgio, ma concentrato nel tempo t_2 : $s = v_2 t_2$

Eguagliando l'espressione dei due spazi, ottengo la velocità di Giorgio:

$$v_1(t_1 + t_2) = v_2 t_2 \quad \Rightarrow \quad v_2 = v_1 \frac{t_1 + t_2}{t_2} = \mathbf{4,6 \text{ m/s}}$$

5. Un cane corre avanti e indietro tra i suoi due padroni, che stanno passeggiando uno di fronte all'altro. Il cane inizia a correre quando i suoi padroni si trovano a 10,0 m l'uno dall'altro. Se il cane corre con una velocità di 3,00 m/s e i suoi padroni camminano entrambi a 1,30 m/s, che distanza ha percorso il cane quando i suoi padroni si incontrano?

$$\Delta s = 10,0 \text{ m} \quad v_c = 3,00 \text{ m/s} \quad v = 1,30 \text{ m/s} \quad \Delta s_c?$$

Ogni secondo, i due padroni diminuiscono la propria distanza di 2,6 m, perciò, sapendo che $v' = \frac{\Delta s}{t}$, per coprire l'intera distanza impiegano:

$$t = \frac{\Delta s}{v'} \quad \Rightarrow \quad t = \frac{\Delta s}{2v}$$

Il cane si muove, quindi, per un tempo t e, da questo, posso determinare lo spazio da lui percorso:

$$\Delta s_c = v_c \cdot t = \Delta s \cdot \frac{v_c}{2v} = \mathbf{11,5 \text{ m}}$$