1. L'acqua delle cascate Iguaçu, al confine fra Argentina e Brasile, fa un salto di circa 72 m. Supponi che tutta l'energia potenziale dell'acqua vada ad aumentare la sua temperatura. Calcola la differenza di temperatura fra l'acqua che si trova alla base della cascata e l'acqua che si trova in cima.

$$h = 72\,m \qquad c = 4186\,J/(kg\,K) \qquad \Delta T?$$

Se tutta l'energia potenziale va ad aumentare la sua temperatura, vuol dire che diventa calore:

$$\begin{matrix} U = mgh \\ Q = cm\Delta T \end{matrix} \qquad \Rightarrow \qquad mgh = cm\Delta T \qquad \Rightarrow \qquad \Delta T = \frac{gh}{c} = \mathbf{0,17\ K}$$

2. Un apprendista cuoco per preparare la frittura delle patatine riempie di olio una pentola di alluminio da un litro fino al bordo e riscalda la pentola e l'olio, da una temperatura iniziale di 15°C, fino a 190°C. L'olio, con sua grande sorpresa, trabocca. Spiega il motivo. Quanto olio viene sprecato? (il coefficiente di dilatazione dell'olio di oliva è $0{,}68 \cdot 10^{-3}\ K^{-1}$)

$$V_o = 1L \qquad T_1 = 15°C \qquad T_2 = 190°C \qquad \lambda = 23 \cdot 10^{-6}\,K^{-1} \qquad \beta = 0{,}68 \cdot 10^{-3}\,K^{-1} \qquad V?$$

Durante il riscaldamento, sia la pentola che l'olio si dilatano, ma, a parità di variazione di temperatura, l'olio si dilata più dell'alluminio, avendo un coefficiente di dilatazione maggiore. Per determinare la quantità di olio sprecato, devo fare la differenza tra il nuovo volume dell'olio e il nuovo volume dell'olio, ricordando che la legge di dilatazione dei volumi è: $V = V_o\,(1 + 3\lambda\,\Delta T)$

$$V_{olio} - V_{Al} = V_o(1 + \beta\Delta T) - V_o(1 + 3\lambda\,\Delta T) = V_o(1 + \beta\Delta T - 1 - 3\lambda\,\Delta T) = V_o\Delta T(\beta - 3\lambda) = V_o(T_2 - T_1)(\beta - 3\lambda) = \mathbf{0,11\ L}$$

3. Se la densità dell'alluminio a 0°C è $2{,}70 \cdot 10^3\ kg/m^3$, qual è la sua densità a 300°C?

$$T_1 = 0°C \qquad d_1 = 2{,}70 \cdot 10^3\,kg/m^3 \qquad \lambda = 23 \cdot 10^{-6}\,K^{-1} \qquad T_2 = 300°C \qquad d_2?$$

Durante il riscaldamento, il volume dell'alluminio aumenta e, quindi, la sua densità diminuisce. Comincio con la legge di dilatazione dei volumi: $V = V_o\,(1 + 3\lambda\,\Delta T)$ e ricordo che la densità è data dal rapporto tra massa e volume.

$$d_1 = \frac{m}{V_o} \qquad \Rightarrow \qquad V_o = \frac{m}{d_1} \quad e \quad V = \frac{m}{d_2}$$

$$V = V_o(1 + 3\lambda\,\Delta T) \qquad \Rightarrow \qquad \frac{m}{d_2} = \frac{m}{d_1}(1 + 3\lambda\,\Delta T) \qquad \Rightarrow \qquad d_2 = \frac{d_1}{1 + 3\lambda\,\Delta T} = \frac{d_1}{1 + 3\lambda\,(T_2 - T_1)} = \mathbf{2,65 \cdot 10^3\ kg/m^3}$$

4. Una teiera elettrica in alluminio ha una massa di 500 g e una resistenza elettrica di 500 W. Per quanto tempo deve essere riscaldato 1,0 kg di acqua per passare da 18°C a 98°C?

$$m_1 = 0{,}500\,kg \quad P = 500\,W \quad m_2 = 1{,}0\,kg \quad T_1 = 18°C \quad T_2 = 98°C \quad c_{Al} = 900\,J/(kg\,K) \quad c = 4186\,J/(kg\,K) \quad \Delta t?$$

La resistenza elettrica è una potenza, per definizione data dal rapporto tra calore ed intervallo di tempo. Per la legge della termologia, $Q = cm\Delta T$: la teiera passa calore all'acqua per innalzarne la temperatura, in un certo intervallo di tempo. Bisogna, però, ricordare che la potenza non riscalda solamente l'acqua, ma anche la teiera:

$$P = \frac{Q}{\Delta t} = \frac{m_2c(T_2 - T_1) + m_1c_{Al}(T_2 - T_1)}{\Delta t} \qquad \Rightarrow \qquad \Delta t = \frac{m_2c(T_2 - T_1) + m_1c_{Al}(T_2 - T_1)}{P} = \mathbf{12\ min}$$

5. Un blocco di metallo di 350 g che si trova alla temperatura di 100°C viene immerso in una tazza di alluminio contenente 500 g di acqua a 15°C. La tazza ha una massa di 101 g e si trova anch'essa a 15°C. La temperatura finale del sistema è 40°C. Qual è il calore specifico del metallo, supponendo che non sia scambiato calore con l'ambiente circostante?

$$m_1 = 350\,g \quad T_1 = 100°C \quad m_2 = 500\,g \quad c_2 = 4186\,J/(kg\,K) \quad T_2 = 15°C \quad m_3 = 101\,g \quad c_3 = 900\,J/(kg\,K) \quad T_e = 40°C \quad c_1?$$

Il blocco di metallo cede il suo calore alla tazza di alluminio e all'acqua, in maniera tale che, trattandosi di un sistema isolato (non viene scambiato calore con l'ambiente circostante), il bilancio energetico totale sia nullo: $Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0$

$$m_1c_1\,(T_e - T_1) + m_2c_2\,(T_e - T_2) + m_3c_3\,(T_e - T_2) = 0 \ \Rightarrow \ c_1 = -\frac{m_2c_2\,(T_e - T_2) + m_3c_3\,(T_e - T_2)}{m_1(T_e - T_1)} = \mathbf{2,6 \cdot 10^3\ J/(kg\,K)}$$

6. Un blocco di ghiaccio di 1,1 kg si trova inizialmente a una temperatura di – 5,0°C. Se al ghiaccio viene fornita una quantità di calore pari a $5{,}2 \cdot 10^5\ J$, qual è la temperatura finale del sistema? Determina la quantità di ghiaccio rimasta, se ne rimane. Supponi di raddoppiare la quantità di calore somministrata al ghiaccio. Di quale fattore dovrebbe essere aumentata la massa del ghiaccio per ottenere la stessa temperatura finale? Giustifica la risposta.

$m = 1{,}1\ kg \qquad T_1 = -5{,}0°C \qquad Q = 5{,}2 \cdot 10^5 J \qquad c_1 = 2000\ J/(kg\ K) \qquad L_f = 33{,}5\ \cdot 10^4\ J/kg \qquad c_2 = 4186\ J/(kg\ K) \qquad T_2?$

$$Q' = 2Q \qquad m'?$$

Determino il calore necessario per portare il ghiaccio a 0°C: $Q_1 = mc_1(0°C - T_1) = 1{,}1 \cdot 10^4\ J$

Determino il calore per sciogliere tutto il ghiaccio: $Q_2 = mL_f = 3{,}7 \cdot 10^5\ J$

Visto che il totale è inferiore al calore fornito, **non rimane nemmeno un po' di ghiaccio** e posso determinare la temperatura raggiunta:

$$Q - Q_1 - Q_2 = mc_2(T_2 - 0°C) \quad \Rightarrow \quad T_2 = \frac{Q - Q_1 - Q_2}{mc_2} = \mathbf{31°C}$$

Sapendo che Q_1 e Q_2 sono direttamente proporzionali alla massa, ottengo:

$$T'_2 = \frac{Q' - m'(-c_1T_1 + L_f)}{m'c_2} = \frac{2Q - m'(-c_1T_1 + L_f)}{m'c_2} = \frac{2Q}{m'c_2} - \frac{L_f - c_1T_1}{c_2}$$

Mentre in precedenza ho trovato:

$$T_2 = \frac{Q}{mc_2} - \frac{L_f - c_1T_1}{c_2}$$

Siccome voglio che la temperatura di equilibrio non cambi:

$$\frac{2Q}{m'c_2} - \frac{L_f - c_1T_1}{c_2} = \frac{Q}{mc_2} - \frac{L_f - c_1T_1}{c_2} \quad \Rightarrow \quad \frac{2Q}{m'c_2} = \frac{Q}{mc_2} \quad \Rightarrow \quad \frac{2}{m'} = \frac{1}{m} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{m' = 2m}$$