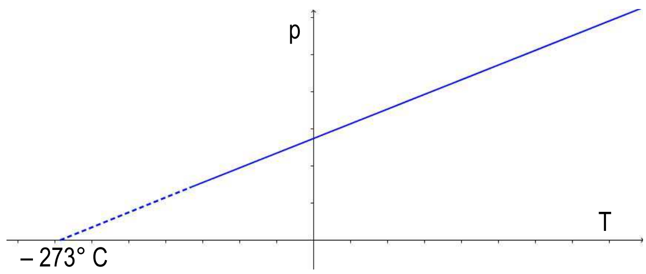
1. Un termometro a gas a volume costante ha una pressione di 80,3 kPa a – 10,0°C e una pressione di 86,4 kPa a 10,0°C. A quale temperatura la pressione di questo sistema sarà uguale a zero? Qual è la pressione del gas nel punto di congelamento e nel punto di ebollizione dell’acqua?

Il comportamento di un gas può essere rappresentato dal grafico a lato, che ha la pressione in ordinata e la temperatura in ascissa.
Dal grafico si evince che la pressione sarà uguale a zero alla temperatura di **– 273° C** ovvero allo zero assoluto.
Il punto di congelamento è esattamente il punto medio tra la temperatura data di – 10,0° C e quella di 10,0° C, perciò la pressione avrà valore medio tra le due pressioni date:



$$p = \frac{80{,}3\,kPa + 86{,}4\,kPa}{2} = \mathbf{83{,}4\,kPa}$$

Per determinare la pressione del gas nel punto di ebollizione dell’acqua, ovvero a 100° C, dobbiamo considerare la retta passante per i punti dati, ovvero (– 273° C; 0 kPa) e (10,0°C; 86,4 kPa). Dati due punti, possiamo determinare univocamente l’equazione della retta e, quindi, l’ordinata (= la pressione) del punto di ascissa 100° C:

$$\frac{T - T_o}{T_1 - T_o} = \frac{p - p_o}{p_1 - p_o} \quad \Rightarrow \quad p = \frac{T - T_o}{T_1 - T_o}(p_1 - p_o) + p_o = \frac{100°C + 273°C}{10{,}0°C + 273°C}(86{,}4\,kPa - 0\,kPa) + 0\,kPa = \mathbf{114\,kPa}$$

2. Supponiamo che in una palla da basket gonfia la pressione sia 168 kPa, a una temperatura di 14° C, e che il suo diametro sia 30,0 cm. Quante moli di aria contiene la palla?

Dall’equazione di stato dei gas perfetti $pV = nRT$, ricavo il numero di moli *n*:

$$n = \frac{pV}{RT} = \frac{p\frac{4}{3}\pi r^3}{RT} = \frac{168\,kPa \cdot 4 \cdot \pi \cdot (0{,}150\,m)^3}{3 \cdot 8{,}31\frac{J}{mol\,K} \cdot 287\,K} = \mathbf{0{,}996\,mol}$$

3. Considera un cilindro chiuso da un pistone mobile. Supponi che la temperatura vari da un valore iniziale di 284 K a un valore finale di 340 K. La pressione esercitata sul gas rimane costante a 130 kPa e l’altezza iniziale del pistone è 26 cm. Stabilisci se l’altezza aumenta o diminuisce, motivando la tua risposta e determina l’altezza finale del pistone.

Considerato il fatto che la pressione rimane costante, mentre la temperatura aumenta, anche il volume aumenterà, visto che volume e temperatura sono direttamente proporzionali, di conseguenza l’altezza finale del pistone sarà maggiore di quella iniziale.
Si tratta di un’applicazione della prima legge di Gay-Lussac:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \quad \Rightarrow \quad V_2 = V_1\frac{T_2}{T_1} \quad \Rightarrow \quad Ah_2 = Ah_1\frac{T_2}{T_1} \quad \Rightarrow \quad h_2 = h_1\frac{T_2}{T_1} = \mathbf{31\,cm}$$

dove ho indicato con A l’area di base del pistone.

4. Al mattino, quando la temperatura è 12°C, un ciclista nota che la pressione delle gomme della sua bicicletta è di 497 kPa. Nel pomeriggio nota che la pressione è aumentata fino a 554 kPa. Trascurando l'espansione dei copertoni, qual è la temperatura nel pomeriggio?

Si tratta di un'applicazione della seconda legge di Gay-Lussac:

$$\frac{p_1}{T_1}=\frac{p_2}{T_2} \qquad \Rightarrow \qquad T_2=T_1\frac{p_2}{p_1}=285\ K\cdot\frac{554\ kPa}{497\ kPa}=\mathbf{45°\ C}$$

dove ho indicato con A l'area di base del pistone.

5. Lo pneumatico di un'automobile ha un volume di 0,0185 m^3. Alla temperatura di 294 K la pressione dello pneumatico è 212 kPa. Quante moli di aria devi pompare nello pneumatico per aumentarne la pressione a 252 kPa, supponendo che la sua temperatura e il suo volume rimangano costanti?

Applicando l'equazione di stato, ricaviamo il numero di moli di aria associato a ogni stato e ne facciamo poi la differenza:

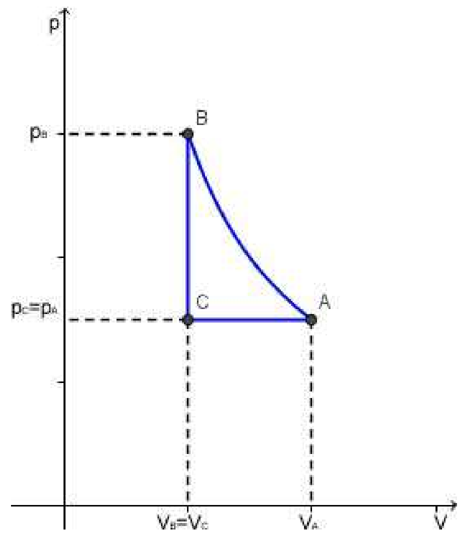
$$pV=nRT \qquad \Rightarrow \qquad n=\frac{pV}{RT}$$

$$n_2-n_1=\frac{p_2V}{RT}-\frac{p_1V}{RT}=\frac{V}{RT}(p_2-p_1)=\frac{0{,}0185\ m^3}{8{,}31\frac{J}{mol\ K}\cdot 294\ K}(252-212)\cdot 10^3\ Pa=\mathbf{0,303\ mol}$$

6. Una mole di un gas ideale monoatomico ha una pressione iniziale di 210 kPa, un volume iniziale di $1{,}2\cdot 10^{-3}$ m^3 e una temperatura iniziale di 350 K. Il gas subisce tre trasformazioni successive:
   A. una compressione a temperatura costante, che lo porta a dimezzare il suo volume;
   B. un decremento di pressione a volume costante, che riporta la pressione al valore iniziale;
   C. un'espansione a pressione costante, tale da ripristinare il volume iniziale;

   Alla fine di questi processi il gas è tornato ai valori iniziali di pressione, volume e temperatura. Riporta in un grafico pressione-volume i processi descritti, determinando i valori della pressione *p* e del volume *V* al termine del primo processo.

La figura a lato rappresenta, su un piano p-V (piano di Clausius), le tre trasformazioni subite dal gas. Seguendo il testo del problema, la linea chiusa va percorsa in senso antiorario a partire dal punto A.



Se il volume iniziale si dimezza nella prima trasformazione, allora il suo nuovo valore è di **$0{,}6\cdot 10^{-3}$ m^3**. Per determinare il valore della pressione nel punto B, applico la legge di Boyle:

$$p_AV_A=p_BV_B \qquad \Rightarrow \qquad p_B=\frac{p_AV_A}{V_B}=\frac{p_AV_A}{\frac{1}{2}V_A}=2\,p_A=\mathbf{420\ kPa}$$

7. I cavi in alluminio di una linea elettrica aerea ad alta tensione lunga 25,47 km sono agganciati ai tralicci a una temperatura media di 12,5°C. La loro temperatura può raggiungere i 55,0°C. Qual è la lunghezza massima dei cavi?

Consideriamo la legge di dilatazione lineare dei solidi:

$$l = l_o\,(1 + \lambda\,\Delta T) = 25{,}47\ km\ \cdot [1 + 2{,}4\ \cdot 10^{-5}\ K^{-1}\ \cdot (55{,}0 - 12{,}5)\ K] = \mathbf{25,50\ km}$$

8. Un serbatoio cilindrico di raggio pari a 2,0 m e alto 12 m è riempito per 2/3 di acqua. (Trascura gli scambi di calore con l'esterno). Calcola la capacità termica dell'acqua contenuta nel serbatoio. Qual è la quantità di calore necessaria per scaldare di 15°C l'acqua del serbatoio?

Per determinare la capacità termica dell'acqua, applico la definizione:

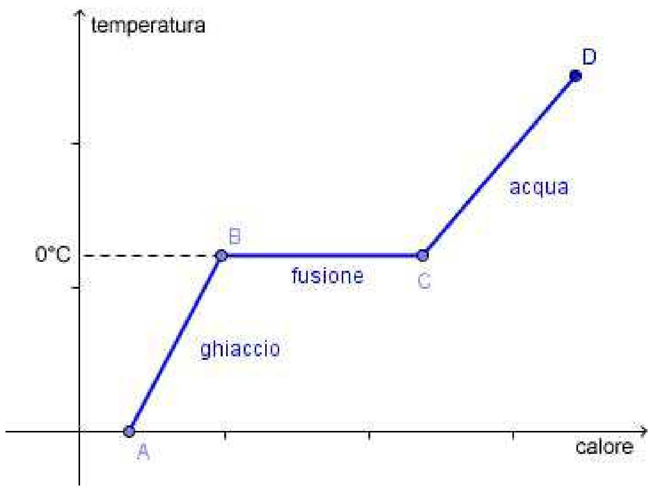
$$C = cm = c\rho V = c\rho\pi r^2 \frac{2}{3}\,h = 4186\,\frac{J}{kg\ \ K}\cdot\ 1000\,\frac{kg}{m^3}\cdot \pi \cdot (2{,}0\ m)^2 \cdot \frac{2}{3}\cdot 12\ m = \mathbf{4,2\ \cdot 10^8\ J/K}$$

dove ρ è la densità dell'acqua.
Determino inoltre la quantità di calore per scaldare l'acqua del serbatoio:

$$Q = C\Delta T = \mathbf{6,3\ \cdot 10^9\ J/K}$$

9. Calcola l'energia termica necessaria per far passare la temperatura di 0,550 kg di ghiaccio da – 20° C a 20° C e rappresenta il processo in un diagramma calore-temperatura.

Rappresento il processo in un diagramma calore-temperatura:



Dal diagramma è chiaro che, per calcolare l'energia termica necessaria per far passare la temperatura da – 20° C a 20° C, devo calcolare l'energia termica per innalzare la temperatura da – 20° C a 0° C, l'energia termica per far avvenire la completa fusione del ghiaccio e l'energia termica per innalzare la temperatura da 0° C a 20° C:

$$Q = c_g m\ \Delta T_1 + L_f m + cm\ \Delta T_2 =$$

$$= 2090\,\frac{J}{kg\ \ K}\cdot 0{,}550\ kg \cdot 20\ K + 33{,}5 \cdot 10^4\,\frac{J}{kg}\cdot 0{,}550\ kg + 4186\,\frac{J}{kg\ \ K}\cdot 0{,}550\ kg \cdot 20\ K = \mathbf{2,53 \cdot 10^5\ J}$$