1. $$\frac{6}{1-a^2}+\frac{2}{a^2-3a+2}-\frac{6}{a^2-a-2}$$

$$=\frac{6}{-(a-1)(a+1)}+\frac{2}{(a-2)(a-1)}-\frac{6}{(a-2)(a+1)}= \qquad C.E.:\begin{cases}a\neq\pm1\\a\neq 2\end{cases}$$

$$=\frac{-6(a-2)+2(a+1)-6(a-1)}{(a-1)(a+1)(a-2)}=\frac{-6a+12+2a+2-6a+6}{(a-1)(a+1)(a-2)}=\frac{-10(a-2)}{(a-1)(a+1)(a-2)}=\boldsymbol{\frac{10}{1-a^2}}$$

2. $$\left[ab\left(1-\frac{a-b}{a+b}\right)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)\right]^2:\left[b^2\left(1-\frac{a+b}{a-b}\right)\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)\right]^2$$

$$=\left(ab\cdot\frac{a+b-a+b}{a+b}\cdot\frac{a+b}{ab}\right)^2:\left(b^2\cdot\frac{a-b-a-b}{a-b}\cdot\frac{b-a}{ab}\right)^2= \qquad C.E.:\begin{cases}a\neq\pm b\\a\neq 0\\b\neq 0\end{cases}$$

$$=\left(ab\cdot\frac{2b}{a+b}\cdot\frac{a+b}{ab}\right)^2:\left(b^2\cdot\frac{-2b}{a-b}\cdot\frac{-(a-b)}{ab}\right)^2=(2b)^2:\left(\frac{2b^2}{a}\right)^2=\left(\frac{2ab}{2b^2}\right)^2=\boldsymbol{\frac{a^2}{b^2}}$$

3. $$\frac{y-1}{y+1}+\frac{2y-y^2-1}{1+2y+y^2}+\frac{3+3y+y^2+y^3}{y^3+1+3y^2+3y}$$

$$=\frac{y-1}{y+1}+\frac{2y-y^2-1}{(1+y)^2}+\frac{3(1+y)+y^2(1+y)}{(y+1)^3}= \qquad C.E.: y\neq -1$$

$$=\frac{y-1}{y+1}+\frac{2y-y^2-1}{(1+y)^2}+\frac{(y+1)(3+y^2)}{(y+1)^3}=\frac{y-1}{y+1}+\frac{2y-y^2-1}{(1+y)^2}+\frac{3+y^2}{(y+1)^2}=$$

$$=\frac{y-1}{y+1}+\frac{2y-y^2-1+3+y^2}{(y+1)^2}=\frac{y-1}{y+1}+\frac{2(y+1)}{(y+1)^2}=\frac{y-1}{y+1}+\frac{2}{y+1}=\frac{y-1+2}{y+1}=\frac{y+1}{y+1}=\mathbf{1}$$

4. $$\left(\frac{x+2y}{2x-4y}+\frac{2y-x}{4y+2x}+\frac{8y^2}{x^2-4y^2}\right):\frac{8y}{x-2y}$$

$$=\left(\frac{x+2y}{2(x-2y)}+\frac{2y-x}{2(x+2y)}+\frac{8y^2}{(x-2y)(x+2y)}\right):\frac{8y}{x-2y}= \qquad C.E.:\begin{cases}x\neq\pm 2y\\y\neq 0\end{cases}$$

$$=\frac{(x+2y)^2+(2y-x)(x-2y)+16y^2}{2(x-2y)(x+2y)}\cdot\frac{x-2y}{8y}=$$

$$=\frac{x^2+4xy+4y^2-x^2+4xy-4y^2+16y^2}{16y(x+2y)}=\frac{8xy+16y^2}{16y(x+2y)}=\frac{8y(x+2y)}{16y(x+2y)}=\mathbf{\frac{1}{2}}$$

5. Considera le due frazioni algebriche $\frac{k+1}{k}$ e $\frac{1-k}{k^2-1}$.
   A. Per quali valori di k esse perdono significato?
   B. Determina il valore di $k \in \mathbb{Q}$ tale che il prodotto delle due frazioni sia uguale a 4.
   C. Esiste un valore di k per il quale il prodotto delle due frazioni è uguale a 1?

A. Per la prima frazione: $\boldsymbol{k=0}$, per la seconda: $k^2-1=0 \quad \Rightarrow \quad (k-1)(k+1)=0 \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{k=\pm 1}$

B. Calcolo innanzi tutto il prodotto tra le due frazioni:

$$\frac{k+1}{k}\cdot\frac{-(k-1)}{(k-1)(k+1)}=-\frac{1}{k}=4 \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{k=-\frac{1}{4}}$$

C. Pongo il prodotto uguale a 1: $-\frac{1}{k}=1 \quad \Rightarrow \quad k=-1$. Questo risultato non è accettabile, visto che è stato escluso nel primo punto, perciò: **NO!** Non esiste un valore di k per il quale il prodotto delle due frazioni è uguale a 1.

6. Aiutandoti con le astuzie del calcolo letterale, confronta le quantità $\frac{1}{316}+\frac{1}{318}$ e $\frac{2}{317}$, stabilendo se è maggiore la somma delle prime due frazioni o la singola frazione.

Uso i prodotti notevoli per esprimere i due denominatori della prima quantità in funzione del terzo denominatore:

$$\frac{1}{317-1}+\frac{1}{317+1}=\frac{317+1+317-1}{(317-1)(317+1)}=\frac{2\cdot 317}{(317-1)(317+1)}$$

Metto a confronto le due frazioni, a questo punto, facendo il prodotto incrociato:

$$\frac{2\cdot 317}{(317-1)(317+1)}\ldots\frac{2}{317} \qquad\qquad 2\cdot 317^2\ldots 2(317-1)(317+1)$$

Dividendo entrambe le quantità per 2, ottengo:

$$317^2\ldots(317-1)(317+1) \qquad\qquad 317^2\ldots 317^2-1$$

In cui si nota che la prima quantità è maggiore della seconda, perciò:

$$\boldsymbol{\frac{1}{316}+\frac{1}{318}>\frac{2}{317}}$$