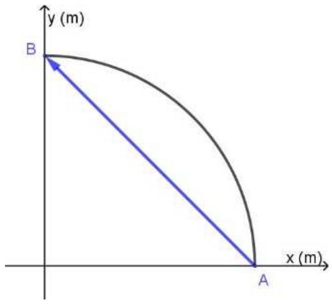
1. Una bicicletta percorre una curva da A a B, a forma di un quarto di circonferenza, in senso antiorario (fig. 1). Il raggio di curvatura della strada è 16 m.
   A. Determina componenti e modulo dello spostamento della bicicletta.
   B. Scelto un punto C sulla traiettoria (diverso da A e da B), rappresenta il vettore posizione e il vettore velocità istantanea, scegliendo arbitrariamente il suo modulo.

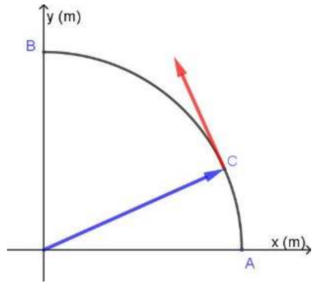
A. Lo spostamento dal punto A al punto B è indicato dal vettore rappresentato in blu.
Determiniamo le coordinate dei punti A e B, ovvero le componenti dei due vettori posizione corrispondenti: $A\ (16\ m; 0\ m)$ $B\ (0\ m; 16\ m)$
Per determinare le componenti dello spostamento, devo fare la differenza tra le due posizioni:

$$\vec{s} = (0\ m - 16\ m; 16\ m - 0\ m) = (\mathbf{-16\ m;\ 16\ m})$$

Il modulo del vettore spostamento è dato dalla radice della somma dei quadrati delle componenti:

$$|\vec{s}| = \sqrt{s_x^2 + s_y^2} = \mathbf{23\ m}$$





B. Scelto un punto a caso sulla traiettoria, ho indicato il vettore posizione in blu, ovvero il vettore che ha coda nell'origine degli assi e punta nel punto C; il vettore velocità, invece, è tangente alla traiettoria nel punto C e segue il verso antiorario del punto.

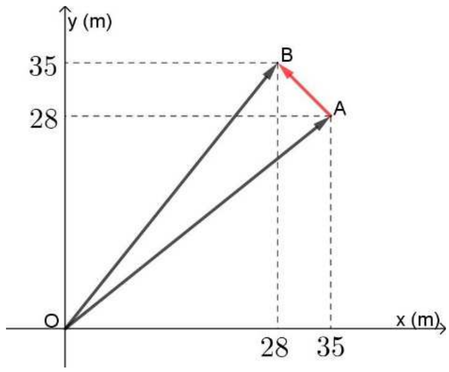
2. La posizione di una bicicletta in un certo istante è individuata dal punto A e 5,0 s dopo dal punto B. Le componenti dei vettori posizione corrispondenti sono indicate nel grafico (fig. 2).
   A. Determina le componenti e il modulo del vettore spostamento della bicicletta.
   B. Determina le componenti e il modulo del vettore velocità media della bicicletta.

A. Lo spostamento dal punto A al punto B è indicato dal vettore rappresentato in rosso.
Ricaviamo dal grafico le coordinate dei punti A e B, ovvero le componenti dei due vettori posizione corrispondenti: $A\ (35\ m; 28\ m)$ $B\ (28\ m; 35\ m)$
Per determinare le componenti dello spostamento, devo fare la differenza tra le due posizioni:

$$\vec{s} = (28\ m - 35\ m; 35\ m - 28\ m) = (\mathbf{-7,0\ m;\ 7,0\ m})$$

Il modulo del vettore spostamento è dato dalla radice della somma dei quadrati delle componenti:

$$|\vec{s}| = \sqrt{s_x^2 + s_y^2} = \mathbf{9,9\ m}$$



B. Per il vettore velocità, applichiamo la definizione: la velocità media è data dal rapporto tra lo spostamento e il tempo:

$$\vec{v} = \left(\frac{-7,0\ m}{5,0\ s}; \frac{7,0\ m}{5,0\ s}\right) = (\mathbf{-1,4\ m/s;\ 1,4\ m/s})$$

Il modulo del vettore velocità media è dato dalla radice della somma dei quadrati delle componenti:

$$|\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \mathbf{2,0\ m/s}$$

3. Un uomo passeggia per 2,4 km verso ovest, poi si dirige per 2,7 km verso sud. Infine, percorre 3,6 km in una direzione che forma un angolo di 18° con il verso est e 72° con il verso nord. Rappresenta la situazione in un grafico, con partenza nell'origine e Nord e Est nelle direzioni positive degli assi. Rappresenta il vettore spostamento risultante dell'uomo e determinane le componenti e il modulo.

Ho rappresentato i tre vettori in nero e in ordine: $\vec{s_a}$, $\vec{s_b}$ e $\vec{s_c}$.
Ho rappresentato in blu il vettore spostamento risultante.
Determino le componenti di ogni vettore:

$$\vec{s_a} = (-2{,}4\ km; 0\ km) \qquad \vec{s_b} = (0\ km; -2{,}7\ km)$$

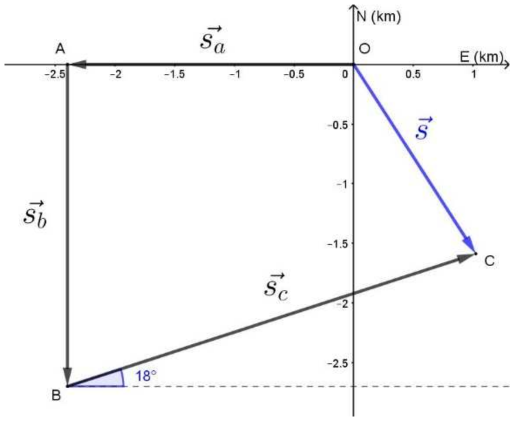
$$\vec{s_c} = (3{,}6\ km \cdot \cos 18°\,; 3{,}6\ km \cdot \sin 18°) = (3{,}4\ km; 1{,}1\ km)$$

Posso quindi determinare il vettore risultante:

$$\vec{s} = \vec{s_a} + \vec{s_b} + \vec{s_c} = \mathbf{(1,0\ km;\ -1,6\ km)}$$

Per determinarne il modulo, calcolo la radice della somma dei quadrati delle componenti:

$$|\vec{s}| = \sqrt{s_x^2 + s_y^2} = \mathbf{1,9\ km}$$



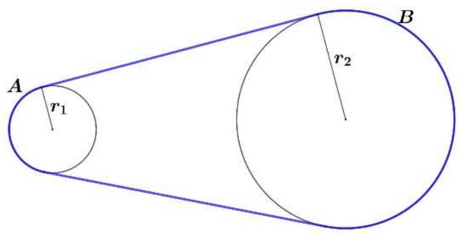
4. Due dischi di diverso raggio sono uniti da una cinghia che non scivola sui dischi (fig. 3). Il disco A ha raggio 10 cm e viene fatto ruotare con una frequenza di 1500 giri al minuto. Il disco B ha raggio 25 cm.
   A. Determina la frequenza con cui ruota il disco B.
   B. Si vuole aumentare del 20% la frequenza con cui ruota il disco B. Determina di quanto deve aumentare il modulo della velocità tangenziale in un punto sul bordo del disco A.

$$r_A = 10\ cm \qquad r_B = 25\ cm \qquad f_A = 1500\ giri/min \qquad f_B? \qquad f'_B = 1{,}2\ f_B \qquad v'_A = ?$$

A. Siccome i due dischi sono collegati da una cinghia, hanno la stessa velocità tangenziale e in questo modo sarà possibile determinare la frequenza del disco B:

$$v_A = v_B \quad \Rightarrow \quad 2\pi r_A f_A = 2\pi r_B f_B \quad \Rightarrow \quad f_B = f_A \frac{r_A}{r_B} = \mathbf{600\ giri/min}$$

B. Siccome la velocità tangenziale è direttamente proporzionale alla frequenza, se la frequenza aumenta del 20%, anche la velocità aumenta del 20% e, visto che le due velocità sono uguali, possiamo concludere che la velocità del disco A aumenterà del **20%**.



5. Un bob percorre una curva con un'accelerazione centripeta di modulo 3,2 g e con una velocità tangenziale di modulo pari a 130 km/h. Calcola il raggio di curvatura della curva.

$$a_c = 3{,}2\ g \qquad v = 130\ km/h \qquad r?$$

Cominciando dalla definizione di accelerazione centripeta, con la formula inversa possiamo determinare il raggio, ricordandoci di trasformare la velocità da km/h in m/s:

$$a_c = \frac{v^2}{r} \qquad \Rightarrow \qquad r = \frac{v^2}{a_c} = \mathbf{42\ m}$$

6. Due oggetti puntiformi A e B si muovono di moto circolare uniforme su due circonferenze di uguale raggio r. L'oggetto A ha il modulo della velocità tangenziale uguale al 70% di quello di B. Determina la percentuale che esprime il rapporto tra il modulo dell'accelerazione centripeta di A e quello di B.

$$v_A = 70\%\ v_B \qquad a_{c_A}/a_{c_B}\,?$$

Dalla definizione di accelerazione centripeta:

$$\frac{a_{c_A}}{a_{c_B}} = \frac{v_A^2}{r} : \frac{v_B^2}{r} = \left(\frac{v_A}{v_B}\right)^2 = \left(\frac{70}{100}\right)^2 = \mathbf{49\%}$$

7. Un oggetto puntiforme di massa 25 g oscilla di moto armonico attorno a una posizione di equilibrio. Il valore massimo del modulo dell'accelerazione dell'oggetto è $6{,}3\ m/s^2$. La frequenza del moto è $1{,}0\ Hz$. Determina l'ampiezza del moto.

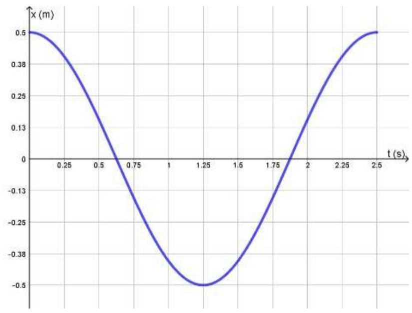
$$a_{max} = 6{,}3\ m/s^2 \qquad f = 1{,}0\ Hz \qquad a?$$

Il modulo dell'accelerazione massima in un moto armonico è dato dal prodotto tra il quadrato della pulsazione e l'ampiezza. Con la formula inversa, possiamo determinare l'ampiezza:

$$a_{max} = \omega^2 a \quad \Rightarrow \quad a = \frac{a_{max}}{\omega^2} = \frac{a_{max}}{(2\pi f)^2} = \mathbf{0,16\ m}$$

8. Un oggetto oscilla di moto armonico. Il grafico mostra il suo spostamento in funzione del tempo.
   A. Utilizza i dati riportati nel grafico e determina i valori dei parametri caratteristici del moto armonico: ampiezza, periodo, frequenza e pulsazione.
   B. In quali istanti il modulo della velocità istantanea è massimo? In quali istanti l'accelerazione è nulla?
   C. Determina posizione, velocità e accelerazione all'istante 0,4 s.

A. Dal grafico possiamo ricavare:
l'ampiezza, data dal punto più alto toccato in verticale, ovvero $\boldsymbol{r = 0,50\ m}$
il periodo, dato, sulla linea del tempo, dall'istante in cui il moto torna uguale a se stesso, ovvero $\boldsymbol{T = 2,5\ s}$
la frequenza, che è il reciproco del periodo, ovvero $\boldsymbol{f = 0,40\ Hz}$
la pulsazione, $\omega = \frac{2\pi}{T} = \mathbf{2,5\ rad/s}$



B. Il modulo della velocità è massimo quando l'oggetto passa per il punto di equilibrio, ovvero quando attraversa l'asse x, quindi a T/4 ovvero **0,63 s** e a 3/4 T, ovvero **1,9 s**. Negli stessi istanti, ovvero quando passa dal punto di equilibrio, l'accelerazione è nulla.

C. Determino innanzi tutto le tre leggi orarie e poi sostituisco t = 0,4 s nel tempo:

$$s = r\cos(\omega t) = \mathbf{0,27\ m}$$

$$v = -r\omega \sin(\omega t) = \mathbf{-1,1\ m/s}$$

$$a = -r\omega^2 \cos(\omega t) = \mathbf{-1,7\ m/s^2}$$

9. Un uomo su una zattera si sposta di 3 m verso Nord, mentre la zattera si sposta di 4 m verso Est. Calcola la lunghezza dello spostamento risultante.

Per risolvere il problema, è sufficiente fare la somma vettoriale dei due spostamenti. Essendo i due spostamenti perpendicolari, è sufficiente applicare il teorema di Pitagora per determinare la lunghezza dello spostamento risultante:

$$s = \sqrt{(3\ m)^2 + (4\ m)^2} = \mathbf{5\ m}$$