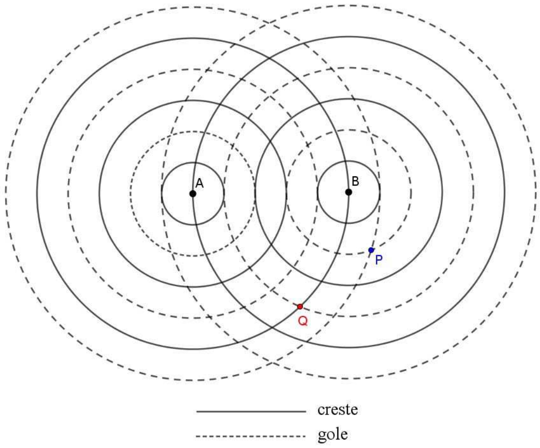
1. Un surfista che fluttua al di là del frangiflutti nota che passano per la sua posizione 14 onde al minuto. Se la lunghezza d'onda delle onde è 34 m, qual è la loro velocità?

Se ci sono 14 onde al minuto, significa che il periodo di ogni onda è dato dal rapporto tra un minuto e le 14 onde che si susseguono per tutto il tempo. Dato che la velocità è data dal rapporto tra la lunghezza d'onda e il periodo, otteniamo quindi:

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{34\ m}{\frac{60\ s}{14}} = \mathbf{7{,}9\ m/s}$$

2. La figura seguente rappresenta due sorgenti, A e B, di un ondoscopio. Individua un punto in cui ci sia un'interferenza costruttiva e uno in cui ci sia interferenza distruttiva.

Nel punto P abbiamo un'interferenza costruttiva, visto che si incontrano due gole; nel punto Q abbiamo un'interferenza distruttiva, visto che si incontrano una cresta e una gola.



3. Due corde sono fatte dello stesso materiale, ma la corda 1 è spessa, la corda 2 è sottile.
   A. Se hanno la medesima tensione, su quale corda le onde hanno velocità maggiore? Perché?
   B. Se le onde che le percorrono hanno la stessa velocità, in quale corda c'è la tensione maggiore?

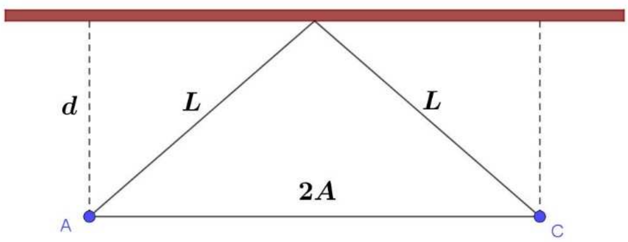
Considerando che la corda 1 è spessa e la 2 è sottile, ovvero che la corda 1 ha una densità lineare maggiore della corda 2 e che la velocità delle onde lungo una corda è data dalla radice quadrata del rapporto tra tensione e densità lineare, possiamo procedere con le risposte.

A. Se due corde hanno la medesima tensione, l'onda ha velocità maggiore sulla corda più sottile, dato che la velocità è inversamente proporzionale alla radice della densità lineare.
B. Dato che la tensione è direttamente proporzionale alla densità lineare, la corda con la tensione maggiore è quella con la densità lineare maggiore, ovvero la corda più spessa.

4. Andrea e Carlo si trovano a 160 m l'uno dall'altro. Andrea spara un colpo a salve. Carlo sente due suoni separati da un intervallo di tempo di 3,00 s. Il punto del muro in cui avviene la riflessione dell'onda sonora è equidistante da entrambi. La velocità del suono nell'aria vale 340 m/s. Qual è la distanza di Andrea e Carlo dal muro?

$$2A = 160\ m \qquad \Delta t = 3{,}00\ s \qquad v = 340\ m/s \qquad d?$$

Indichiamo con L la distanza di Andrea e Carlo dal punto in cui avviene la riflessione dell'onda sonora contro il muro. L'intervallo di separazione tra i due suoni sentiti da Carlo è dovuto alla differenza tra i tempi di percorrenza dei due cammini, 2L e 2A:



$$\Delta t = \frac{2L}{v} - \frac{2A}{v} = \frac{2}{v}(L - A) \qquad L - A = \frac{v}{2}\Delta t$$

Applicando il teorema di Pitagora, otteniamo:

$$\sqrt{A^2 + d^2} = A + \frac{v}{2}\Delta t \quad \Rightarrow \quad d^2 = \left(A + \frac{v}{2}\Delta t\right)^2 - A^2 \quad \Rightarrow \quad d = \sqrt{\left(A + \frac{v}{2}\Delta t\right)^2 - A^2} = \mathbf{585\ m}$$

5. Un bambino e sua sorella cercano di comunicare attraverso una cordicella legata tra due lattine. Se la cordicella è lunga 9,5 m, ha una massa di 32 g ed è mantenuta tesa con una tensione di 8,6 N, quanto tempo impiega un'onda per viaggiare da un estremo all'altro della cordicella?
Se la tensione nella cordicella viene aumentata del 20%, come varia il tempo? In che percentuale?

$$L = 9{,}5\ m \qquad m = 32\ g \qquad T = 8{,}6\ N \qquad \Delta t?$$

La velocità di un'onda su una corda è data da: $v = \sqrt{T/d_L}$, dove la densità lineare è data dal rapporto tra la massa della corda e la sua lunghezza. La velocità, inoltre, per le leggi della cinematica, è data dal rapporto tra la lunghezza e l'intervallo di tempo, perciò:

$$\begin{cases} v = \sqrt{\dfrac{T}{d_L}} = \sqrt{\dfrac{T}{\frac{m}{L}}} = \sqrt{\dfrac{TL}{m}} \\ v = \dfrac{L}{\Delta t} \end{cases} \qquad \frac{L}{\Delta t} = \sqrt{\frac{TL}{m}} \qquad \Delta t = \frac{L}{\sqrt{\frac{TL}{m}}} = \sqrt{\frac{mL}{T}} = \mathbf{0{,}19\ s}$$

Dalla formula precedente possiamo notare che l'intervallo di tempo è inversamente proporzionale alla radice quadrata della tensione, perciò all'aumentare della tensione, **l'intervallo di tempo che impiega l'onda a percorrere la corda diminuisce**.
Avendo, nello specifico, una tensione $T_2 = 1{,}2\ T$ e sostituendola nel tempo, otteniamo la sua diminuzione percentuale:

$$\Delta t_2 = \sqrt{\frac{mL}{T_2}} = \sqrt{\frac{mL}{1{,}2\ T}} = \frac{1}{\sqrt{1{,}2}}\sqrt{\frac{mL}{T}} = \frac{1}{\sqrt{1{,}2}}\Delta t \qquad \frac{\Delta t_2 - \Delta t}{\Delta t} = \frac{\frac{1}{\sqrt{1{,}2}}\Delta t - \Delta t}{\Delta t} = \frac{1}{\sqrt{1{,}2}} - 1 = \mathbf{-8{,}7\ \%}$$

6. Quattro onde sono descritte dalle seguenti funzioni, nelle quali tutte le distanze sono misurate in centimetri e tutti i tempi in secondi:

$$y_A = 10\cos\,(3x - 4t) \quad y_B = 10\cos\,(5x + 4t) \quad y_C = 10\cos\,(-10x + 60t) \quad y_D = 20\cos\,(-4x - 20t)$$

A. Quale di queste onde viaggia nella direzione positiva dell'asse x e quale in quella negativa?
B. Quale onda ha la frequenza maggiore?
C. Quale onda ha la lunghezza d'onda maggiore?
D. Quale onda ha la velocità maggiore?

L'espressione generica dell'onda è: $y = a\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x - \frac{2\pi}{T}t\right)$.

A. Sapendo che la velocità è data dal rapporto tra lunghezza d'onda e periodo e ponendo $2\pi/\lambda = F$ e $2\pi/T = K$, la velocità è data dal rapporto tra K e F, infatti:

$$v = \frac{K}{F} = \frac{\frac{2\pi}{T}}{\frac{2\pi}{\lambda}} = \frac{\lambda}{T}$$

Da questo deduciamo che la velocità di **A e C** sarà **positiva**, mentre quella di **B e D** sarà **negativa**, perché nel primo caso K e F sono concordi e nel secondo discordi.

B. La frequenza è il reciproco del periodo ed è data, quindi da: $f = |K|/2\pi = 1/T$, perciò la frequenza maggiore è quella di **C**:

$$f_A = \frac{2}{\pi}\ Hz \qquad f_B = \frac{2}{\pi}\ Hz \qquad f_C = \frac{30}{\pi}\ Hz \qquad f_D = \frac{10}{\pi}\ Hz$$

C. La lunghezza d'onda del periodo è data da: $\lambda = 2\pi/|F|$, perciò **A** è quella con lunghezza d'onda maggiore:

$$\lambda_A = \frac{2\pi}{3}cm \qquad \lambda_B = \frac{2\pi}{5}cm \qquad \lambda_C = \frac{2\pi}{10}cm \qquad \lambda_D = \frac{2\pi}{4}cm$$

D. Dallo svolgimento del punto A possiamo determinare la velocità e concludere che la velocità maggiore è quella dell'onda **C**.

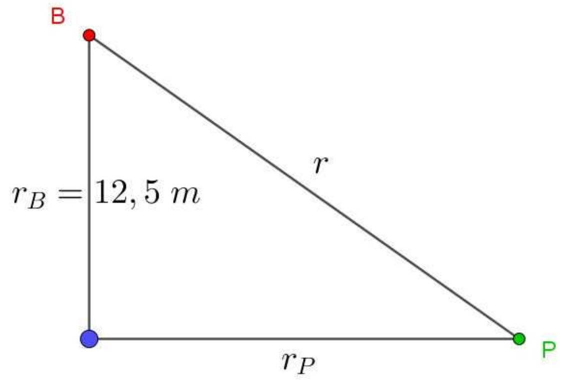
$$v_A = \frac{4}{3}\ cm/s = 1{,}33\ cm/s;\ v_B = -\frac{4}{5}\ cm/s = -0{,}80\ cm/s;$$

$$v_C = \frac{-60}{-10}cm/s = 6{,}00\ cm/s;\ v_D = \frac{20}{-4}cm/s = -5{,}00\ cm/s$$

7. Una sorgente puntiforme di onde sonore, che emette uniformemente in tutte le direzioni, è collocata nel mezzo di un campo largo e aperto. L'intensità del suono nella posizione in cui si trova Barbara, direttamente a nord della sorgente, è il doppio quella nella posizione in cui si trova Paolo, a est della sorgente.
   A. Qual è la distanza tra Barbara e Paolo, se Barbara è a 12,5 m dalla sorgente?
   B. Se la potenza del suono emesso dalla sorgente è di 250 W, qual è il livello di intensità (in decibel) percepito da Barbara e da Paolo?

$$I_B = 2\, I_P \qquad r? \qquad P = 250\, W \qquad L_B? \qquad L_P?$$

A. Sapendo che l'intensità è data dal rapporto tra la potenza e la superficie della sfera con centro nella sorgente puntiforme di onde sonore e sapendo che la sorgente è la stessa per Barbara e Paolo (quindi è uguale anche la potenza), dalla relazione tra le due intensità del suono possiamo ricavare la relazione tra le distanze dei due dalla sorgente e quindi la distanza tra loro, applicando il teorema di Pitagora:



$$I_B = \frac{P}{4\pi r_B^2} \qquad I_P = \frac{P}{4\pi r_P^2}$$

$$\frac{P}{4\pi r_B^2} = 2\frac{P}{4\pi r_P^2} \qquad r_P = \sqrt{2}\, r_B$$

$$r = \sqrt{r_B^2 + r_P^2} = \sqrt{r_B^2 + 2r_B^2} = r_B\sqrt{3} = \mathbf{21,7\ m}$$

B. Possiamo ora determinare i livelli di intensità:

$$L_B = 10\, db \log\frac{I_B}{I_o} = \mathbf{111\ dB} \qquad L_P = 10\, db \log\frac{I_P}{I_o} = \mathbf{108\ dB}$$

8. Mario sente la sirena di un'autopompa dei vigili del fuoco che proviene alle sue spalle e accosta l'automobile sul ciglio della strada. Quando l'autopompa si avvicina, la frequenza percepita da Mario è 460 Hz, quando l'autopompa si allontana, Mario, sempre fermo, percepisce una frequenza di 410 Hz.
   A. Qual è la velocità dell'autopompa?
   B. Qual è la frequenza del suono emesso dalla sirena?

   A. Per l'effetto Doppler, indicando con f la frequenza del suono emesso dalla sirena, con $f' = 460\ Hz$ la frequenza del suono dell'autopompa in avvicinamento e con $f" = 410\ Hz$ la frequenza in allontanamento, con $v_o = 340\ m/s$ la velocità del suono e con v la velocità del mezzo, possiamo scrivere:

$$\begin{cases} f' = \dfrac{v_o}{v_o - v} f \\ f'' = \dfrac{v_o}{v_o + v} f \end{cases} \qquad \begin{cases} f = f' \dfrac{v_o - v}{v_o} \\ f'' = \dfrac{v_o}{v_o + v} f' \dfrac{v_o - v}{v_o} \end{cases} \qquad v_o f'' + v f'' = v_o f' - v f' \qquad v = v_o \frac{f' - f''}{f' + f''} = \mathbf{19,5\ m/s}$$

   B. Possiamo, dal sistema precedente, ricavare il valore della frequenza del suono emesso dalla sirena, f:

$$f = f' \frac{v_o - v}{v_o} = \mathbf{434\ Hz}$$

9. Calcola l'indice di rifrazione del diamante sapendo che l'angolo limite del mezzo considerato rispetto all'aria è pari a 23° 56'.

$$\hat{r} = 90° \qquad \hat{\imath} = 23°56' \qquad n_r = 1{,}00 \qquad n_i?$$

Siccome si parla di angolo limite per l'angolo di rifrazione, questo sarà uguale a 90°. Dalla legge di Snell possiamo quindi ricavare l'indice di rifrazione del diamante:

$$\frac{\sin\hat{\imath}}{\sin\hat{r}} = \frac{n_r}{n_i} \qquad n_i = n_r \frac{\sin\hat{r}}{\sin\hat{\imath}} = \mathbf{2,465}$$

10. Un disco di vetro semicircolare ha un indice di rifrazione pari a 1,59. Calcola l'angolo di incidenza per il quale il fascio di luce colpisce uno schermo distante 18,0 cm dal punto di incidenza a un'altezza di 3,70 cm.

$$n = 1{,}59 \qquad n_{aria} = 1{,}00 \qquad L = 18{,}0\ cm \qquad x = 3{,}70\ cm \qquad \hat{\imath}?$$

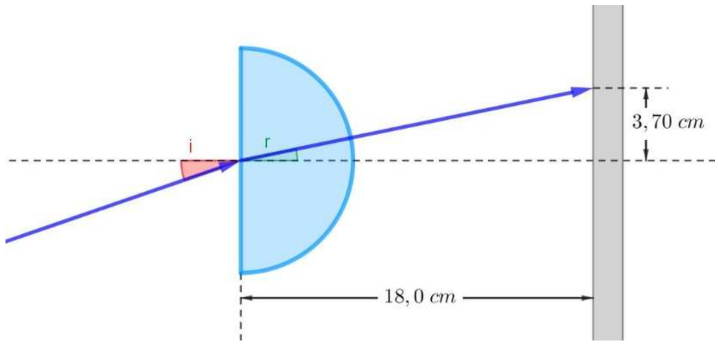
Posso determinare l'ampiezza dell'angolo di rifrazione:

$$x = L \tan \hat{r} \qquad \Rightarrow \qquad \hat{r} = \operatorname{atan} \frac{x}{L}$$

Applicando la legge di Snell:

$$\frac{\sin \hat{\imath}}{\sin \hat{r}} = \frac{n}{n_{aria}} \qquad \Rightarrow \qquad \frac{\sin \hat{\imath}}{\sin \hat{r}} = n$$

$$\hat{\imath} = \operatorname{asin}\ (n \sin \hat{r}) = \operatorname{asin}\left(n \sin\left(\operatorname{atan} \frac{x}{L}\right)\right) = \mathbf{19°}$$



11. Il caricabatterie solare SOLIO ha una superficie approssimativa di $0{,}015\ m^2$ e, quando l'irradiamento vale $0{,}10\ W/cm^2$, può immagazzinare un'energia di 30 J. Quanto tempo ci impiega?

$$S = 0{,}015\ m^2 \qquad E_R = 0{,}10\ W/cm^2 = 1000\ W/m^2 \qquad E = 30\ J \qquad \Delta t?$$

Dalla definizione di irradiamento, ricaviamo la formula inversa e quindi il tempo:

$$E_R = \frac{E}{S \cdot \Delta t} \qquad \Rightarrow \qquad \Delta t = \frac{E}{S \cdot E_R} = \mathbf{2\ s}$$

12. Un raggio di luce incide su una lastra a facce piane e parallele di vetro ($n = 1{,}51$), spessa 10,0 mm, con un angolo di incidenza di 45,0°. I raggi incidente e rifratto vengono in parte riflessi dalle due superfici superiore e inferiore della lastra, come indicato nella figura 1. Calcola la misura della distanza δ fra i due raggi riflessi.

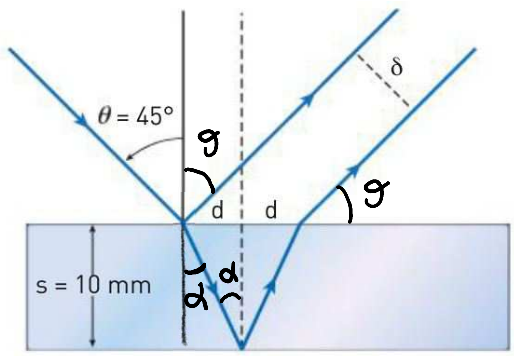
$$s = 10{,}0\ mm \qquad n = 1{,}51 \qquad n_{aria} = 1{,}00 \qquad \theta = 45{,}0° \qquad \delta?$$

Applicando la legge di Snell, ricaviamo l'angolo di rifrazione α:

$$\frac{\sin \theta}{\sin \alpha} = \frac{n}{n_{aria}} \qquad \Rightarrow \qquad \alpha = \operatorname{asin}\left(\frac{n_{aria}}{n} \sin \theta\right)$$

Mediante il secondo teorema dei triangoli rettangoli possiamo determinare la lunghezza di d:

$$d = s \tan \alpha = s \tan\left(\operatorname{asin}\left(\frac{n_{aria}}{n} \sin \theta\right)\right)$$

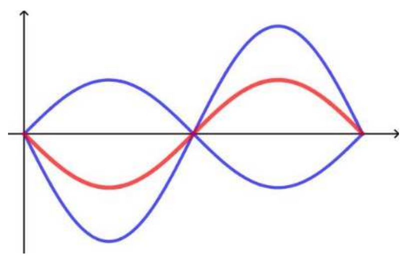


L'angolo del raggio riflesso è di 45°, visto che l'angolo incidente e l'angolo riflesso sono uguali, inoltre i due raggi (quello riflesso e quello prima rifratto, poi riflesso e poi di nuovo rifratto) sono paralleli e quindi formano un angolo di 45° con la perpendicolare e quindi anche con la superficie della lastra.

Da questo possiamo dedurre che:

$$\delta = 2d \cos 45° = 2s \tan\left(\operatorname{asin}\left(\frac{n_{aria}}{n} \sin \theta\right)\right) = \mathbf{7{,}50\ mm}$$

13. La figura 2 mostra, ad uno stesso istante, i profili di due onde, P e Q, di uguale frequenza e di ampiezza rispettivamente Y e 2Y. Le onde sono sovrapposte e producono un'onda risultante. Dopo aver rappresentato l'onda risultante per un periodo, determina l'ampiezza dell'onda risultante e la differenza di fase (in radianti) tra l'onda risultante e l'onda P.



L'ampiezza dell'onda risultante è **Y** e la differenza di fase è $\boldsymbol{\pi}$.