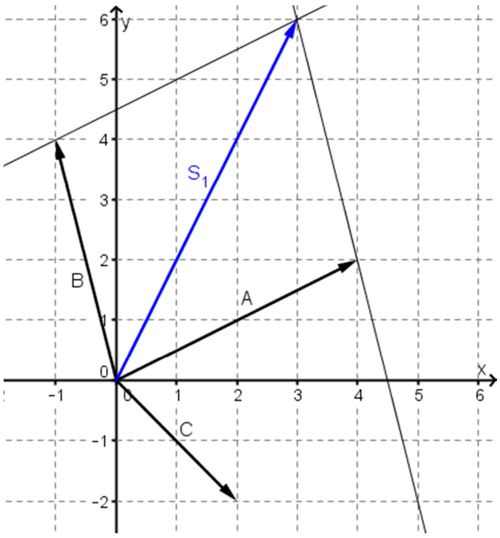
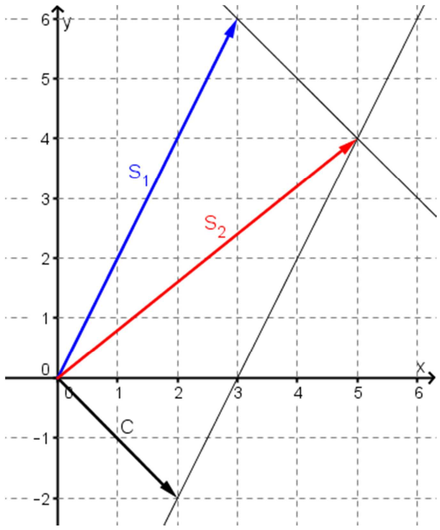
1. Considera i vettori mostrati in figura 1.
   A. Scrivi le loro componenti cartesiane.
   B. Determina la loro somma $\vec{S}$ col metodo del parallelogramma.
   C. Calcola le coordinate del vettore $\vec{S}$.
   D. Calcola le componenti cartesiane del vettore: $\vec{D} = 2\vec{A} + \vec{B} - 3\vec{C}$.

A. $\vec{A}\,(4;2)$ $\quad$ $\vec{B}\,(-1;4)$ $\quad$ $\vec{C}\,(2;-2)$

B. Le due immagini seguenti sono la costruzione della somma con la regola del parallelogramma: dapprima sommo i vettori $\vec{A}$ e $\vec{B}$, poi sommo il vettore così ottenuto, $\overrightarrow{S_1}$, con il vettore $\vec{C}$:





C. Eseguendo la somma per componenti, verifico che il vettore somma sia proprio quello determinato graficamente:

$$\vec{S} = (A_x + B_x + C_x;\ A_y + B_y + C_y) = (4 - 1 + 2; 2 + 4 - 2) = \mathbf{(5;4)}$$

D. Eseguendo la somma per componenti, calcolo le componenti del vettore $\vec{D}$:

$$\vec{D} = (2A_x + B_x - 3C_x;\ 2A_y + B_y - 3C_y) = (2\cdot 4 - 1 - 3\cdot 2; 2\cdot 2 + 4 - 3\cdot(-2)) = \mathbf{(1;14)}$$

2. Le due forze rappresentate nella figura 2 hanno modulo rispettivamente A = 12 N e B = 15 N.
   A. Determina le loro componenti lungo gli assi cartesiani.
   B. Calcola le componenti del vettore somma.
   C. Calcola il modulo del vettore somma.

A. Tengo conto del fatto che il vettore $\vec{B}$ forma un angolo di 88°+ 32° = 120°:

$$A_x = A\cos 32° = \mathbf{10\ N} \qquad A_y = A\,\text{sen}\,32° = \mathbf{6,4\ N}$$

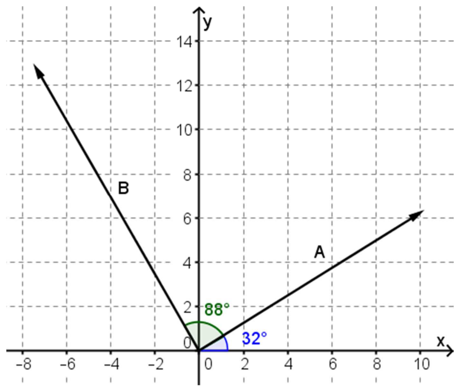
$$B_x = B\cos 120° = \mathbf{-7,5\ N} \qquad B_y = B\,\text{sen}\,120° = \mathbf{13\ N}$$

B. Le componenti del vettore somma, sommando le componenti dei due vettori, sono:

$$S_x = A_x + B_x = \mathbf{2,5\ N} \qquad S_y = A_y + B_y = \mathbf{19\ N}$$

C. Ora possiamo calcolare il modulo del vettore somma:

$$S = \sqrt{S_x^2 + S_y^2} = \mathbf{19\ N}$$



3. Una molla è appesa al soffitto. Al suo estremo libero è fissata una massa di 0,75 kg. Quando la massa viene tolta, la molla si accorcia di 23 cm. Calcola la costante elastica della molla.
Se ora appendo una massa di 1,25 kg, di quanto si allunga la molla?

$$m_1 = 0{,}75\ kg \qquad x_1 = 23\ cm \qquad k = ? \qquad m_2 = 1{,}25\ kg \qquad x_2 = ?$$

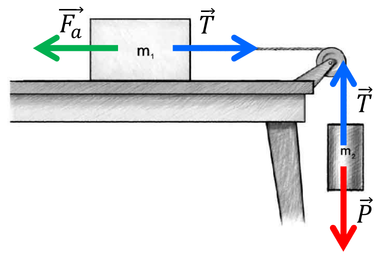
Dato che la massa è in equilibrio, la forza elastica è uguale e opposta alla forza peso, perciò in modulo sono uguali:

$$F_{e,1} = P_1 \qquad kx_1 = m_1 g \qquad k = \frac{m_1 g}{x_1} = \mathbf{32\ N/m}$$

Con la stessa uguaglianza posso determinare l'allungamento della molla nel secondo caso:

$$F_{e,2} = P_2 \qquad kx_2 = m_2 g \qquad x_2 = \frac{m_2 g}{k} = \frac{m_2 g}{m_1 g} \cdot x_1 = \frac{m_2}{m_1} \cdot x_1 = \mathbf{38\ cm}$$

4. Un blocco di massa m_1 è tirato da una corda fissata a un peso. Il blocco inizia a muoversi sul piano quando il peso è 1,8 kg. Il coefficiente di attrito statico fra blocco e piano è 0,75. Calcola la massa del blocco.



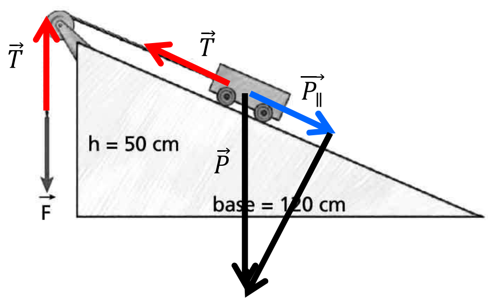
$$m_1 = 1{,}8\ kg \qquad \mu = 0{,}75 \qquad m_2 = ?$$

Come si vede dall'immagine, valgono le seguenti relazioni, considerando i moduli dei vettori:

$$\begin{cases} F_a = T \\ T = P \end{cases} \qquad F_a = P \qquad \Rightarrow \qquad m_1 g \mu = m_2 g \qquad \Rightarrow \qquad m_1 = \frac{m_2}{\mu} = \mathbf{2,4\ kg}$$

5. Considera la situazione mostrata in figura, in cui un carrello è posto su un piano inclinato privo di attrito. Qual è la forza necessaria a tener fermo il carrello?

$$P = 39\ N \qquad b = 120\ cm \qquad h = 50\ cm \qquad F = ?$$



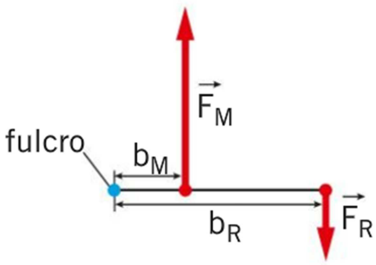
Come si vede dall'immagine, valgono le seguenti relazioni, considerando i moduli dei vettori:

$$\begin{cases} F = T \\ T = P_\parallel \end{cases} \qquad F = P_\parallel$$

Con la similitudine dei triangoli, possiamo ricostruire il valore della componente parallela al piano della forza peso rispetto alla forza peso:

$$P : P_\parallel = L : h \qquad \Rightarrow \qquad P_\parallel = P\frac{h}{L} = P\frac{h}{\sqrt{b^2 + h^2}} = \mathbf{15\ N}$$

6. In una leva di terzo genere i due bracci misurano 80 mm e 55 mm. La leva è in equilibrio sotto l'azione di una forza resistente di 5,7 N. Dopo aver rappresentato la leva, rispondi alle seguenti domande:
   a. Qual è l'intensità della forza motrice?
   b. Se la forza resistente è applicata dall'alto verso il basso, qual è il verso della forza motrice?



$b_M = 55\ mm \qquad b_R = 80\ mm \qquad F_R = 5{,}7\ N \qquad F_M = ?$

A. Per determinare la forza motrice, essendo una situazione di equilibrio, devono essere uguali i momenti dovuti alle due forze:

$$F_M b_M = F_R b_R \qquad \Rightarrow \qquad F_M = F_R \frac{b_R}{b_M} = \mathbf{8{,}3\ N}$$

B. La forza motrice è applicata verso l'**alto**, perché il momento abbia verso opposto a quello determinato dalla forza resistente.