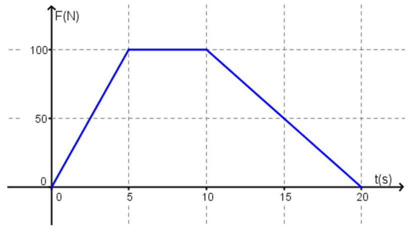
1. Immagina che l'impulso della forza che vedi in figura sia applicato al prototipo di un razzo di massa 400 g, inizialmente fermo. Qual è la velocità acquistata dal razzo?

L'impulso della forza è dato dall'area sottesa dal grafico.
Per il teorema dell'impulso, inoltre: $I = \Delta p$.
Essendo la velocità iniziale nulla, si ottiene la velocità:

$$v = \frac{I}{m} = \frac{(20\,s + 5\,s) \cdot 100\,N}{2} : 0{,}400\,kg = \mathbf{3125\,m/s}$$



2. Andrea e Maria, inizialmente fermi uno di fronte all'altro in una pista di pattinaggio su ghiaccio, si spingono e cominciano a muoversi nella stessa direzione, ma in versi opposti. Andrea, che ha una massa di 54 kg, si muove verso sinistra alla velocità di 4,0 m/s, Maria si muove verso destra alla velocità di 4,5 m/s. Qual è la massa di Maria?

$$m_1 = 54\,kg \qquad v_1 = -4{,}0\,m/s \qquad v_2 = 4{,}5\,m/s \qquad m_2 = ?$$

La quantità di moto iniziale è nulla. Per il principio di conservazione della quantità di moto, è nulla anche la quantità di moto finale, perciò:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = 0 \qquad \Rightarrow \qquad m_2 = -m_1 \frac{v_1}{v_2} = \mathbf{48\,kg}$$

3. In una gara di pattinaggio artistico, due ballerini di massa 70 kg (lui) e 50 kg (lei), si corrono incontro con la stessa velocità di 4,0 m/s rispetto al suolo. Quando si incontrano, lui solleva lei dal suolo. Con quale velocità proseguono il moto insieme?

$$m_1 = 70\,kg \qquad m_2 = 50\,kg \qquad v_1 = -v_2 = 4{,}0\,m/s \qquad V = ?$$

Si tratta di un urto totalmente anelastico e vale quindi la conservazione della quantità di moto:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2)\,V \qquad \Rightarrow \qquad V = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} = \mathbf{0,67\,m/s}$$

Nel verso in cui si muoveva il ballerino maschio.

4. In un urto elastico tra due biglie identiche, una biglia colpisce l'altra inizialmente ferma. Dopo l'urto, le due biglie si muovono rispettivamente alle velocità di 2,5 m/s e 4,2 m/s.
   A. Che angolo formano tra di loro le direzioni delle velocità delle biglie dopo l'urto?
   B. Quanto valeva la velocità della biglia in movimento prima dell'urto?

A. Trattandosi di un urto elastico, si conservano sia la quantità di moto che l'energia cinetica, perciò:

$$\begin{cases} m\vec{v_1} = m\vec{V_1} + m\vec{V_2} \\ \frac{1}{2} m v_1^2 = \frac{1}{2} m V_1^2 + \frac{1}{2} m V_2^2 \end{cases} \qquad \begin{cases} \vec{v_1} = \vec{V_1} + \vec{V_2} \\ v_1^2 = V_1^2 + V_2^2 \end{cases}$$

Dalla prima relazione, risulta evidente che la prima velocità si scompone nelle due velocità finali, ovvero otteniamo un triangolo che ha come lati le tre velocità, considerando la somma di vettori. Dalla seconda relazione, vediamo che vale il teorema di Pitagora, perciò le due velocità finali formano tra loro un angolo di **90°**.

B. Ricaviamo la velocità della biglia prima dell'urto dalla seconda relazione:

$$v_1 = \sqrt{V_1^2 + V_2^2} = \mathbf{4,9\,m/s}$$

5. Un razzo, sparato verticalmente a una velocità di 500 m/s, esplode arrivato a una certa quota dividendosi in tre parti uguali. Subito dopo l'esplosione, il primo pezzo prosegue verso l'alto a una velocità di 600 m/s e il secondo si muove orizzontalmente a una velocità di 300 m/s. Calcola il modulo della velocità del terzo pezzo e l'angolo che esso forma rispetto all'orizzontale.

$$\vec{v} = 500\, m/s\, \hat{y} \qquad \vec{V_1} = 600\, m/s\, \hat{y} \qquad \vec{V_2} = 300\, m/s\, \hat{x} \qquad \vec{V_3} = ?$$

Per la conservazione della quantità di moto, otteniamo, dando nella prima relazione la componente x e nella seconda la componente y:

$$\begin{cases} mV_2 + mV_{3x} = 0 \\ mV_1 + mV_{3y} = 3mv \end{cases}$$

Perciò:

$$\begin{cases} V_{3x} = -V_2 \\ V_{3y} = 3v - V_1 \end{cases} \qquad V_3 = \sqrt{V_{3x}^2 + V_{3y}^2} = \mathbf{949\, m/s} \qquad \alpha = tg^{-1}\frac{V_{3y}}{V_{3x}} = \mathbf{108°}$$

6. Tre sferette di masse, rispettivamente, 2m, m e m sono inizialmente ferme in tre punti allineati. Se la prima sferetta, quella di massa maggiore, è lanciata contro la seconda con velocità 9,0 m/s, qual è la velocità della terza massa, nell'ipotesi che gli urti siano frontali e perfettamente elastici?

$$m_1 = 2m \qquad m_2 = m_3 = m \qquad v_1 = 9{,}0\, m/s \qquad V_3 = ?$$

Consideriamo il primo urto, tra la prima e la seconda sferetta. Essendo elastico, valgono la conservazione della quantità di moto e dell'energia cinetica:

$$\begin{cases} 2mv_1 = 2mV_1 + mV_{2i} \\ \frac{1}{2}2mv_1^2 = \frac{1}{2}2mV_1^2 + \frac{1}{2}mV_{2i}^2 \end{cases} \qquad \begin{cases} 2\,(v_1 - V_1) = V_{2i} \\ 2\,(v_1 - V_1)(v_1 + V_1) = V_{2i}^2 \end{cases}$$

Dividendo la seconda equazione del sistema per la prima e mettendo a sistema la relazione così ottenuta con la prima equazione, abbiamo un sistema di primo grado:

$$\begin{cases} v_1 + V_1 = V_{2i} \\ 2\,(v_1 - V_1) = v_1 + V_1 \end{cases} \qquad \begin{cases} V_1 = \frac{1}{3}v_1 \\ V_{2i} = \frac{4}{3}v_1 \end{cases}$$

Applichiamo lo stesso ragionamento all'urto tra la seconda e la terza sferetta, otteniamo:

$$\begin{cases} mV_{2i} = mV_2 + mV_3 \\ \frac{1}{2}mV_{2i}^2 = \frac{1}{2}mV_2^2 + \frac{1}{2}mV_3^2 \end{cases} \qquad \begin{cases} V_{2i} - V_2 = V_3 \\ (V_{2i} - V_2)(V_{2i} + V_2) = V_3^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_{2i} - V_2 = V_3 \\ V_{2i} + V_2 = V_3 \end{cases} \qquad \begin{cases} V_2 = 0 \\ V_3 = V_{2i} = \frac{4}{3}v_1 = \mathbf{12\, m/s} \end{cases}$$

7. Il pendolo balistico è un dispositivo utilizzato per misurare la velocità di un proiettile. Consiste di un blocco di legno, o di altro materiale, sospeso per un filo. Se un proiettile di 10,0 g, sparato alla velocità di 896 m/s, si incastra in un blocco di massa pari a 2,50 kg, di quanto si solleva il blocco?

$$m_1 = 10{,}0\, g \qquad m_2 = 2{,}50\, kg \qquad v_1 = 896\, m/s \qquad v_2 = 0\, m/s \qquad h = ?$$

Vale il principio di conservazione della quantità di moto nell'urto (totalmente anelastico) e il principio di conservazione dell'energia, dall'urto fino al raggiungimento del punto più alto, dove l'energia cinetica è nulla, mentre al momento dell'urto è nulla l'energia potenziale:

$$\begin{cases} m_1v_1 = (m_1 + m_2)\, V \\ \frac{1}{2}\,(m_1 + m_2)\, V^2 = (m_1 + m_2)\, gh \end{cases} \qquad \begin{cases} V = \frac{m_1v_1}{m_1 + m_2} \\ h = \frac{V^2}{2g} = \frac{1}{2g}\left(\frac{m_1v_1}{m_1 + m_2}\right)^2 = \mathbf{0,649\, m} \end{cases}$$