1. Un carrellino di 2,04 kg è appoggiato su una rampa inclinata di 30,0° rispetto all'orizzontale e la forza di attrito gli impedisce di scivolare.
   A. Calcola l'intensità della forza di attrito e della reazione vincolare.
   B. Quanto vale il coefficiente di attrito tra il carrellino e la rampa?

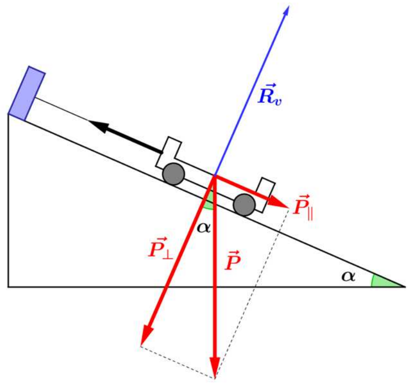
$$m = 2{,}04\ kg \qquad \alpha = 30{,}0° \qquad F_A? \qquad R_v? \qquad \mu?$$

A. Come si può dedurre dal disegno a lato, la forza di attrito è pari, visto che il carrello è in equilibrio, alla componente parallela al piano della forza peso, perciò:

$$F_A = P_{\parallel} = P \sin\alpha = mg \sin\alpha = \mathbf{10{,}0\ N}$$

La reazione vincolare, invece, è pari alla componente perpendicolare al piano della forza peso, perciò:

$$R_v = P_{\perp} = P\cos\alpha = mg\cos\alpha = \mathbf{17{,}3\ N}$$

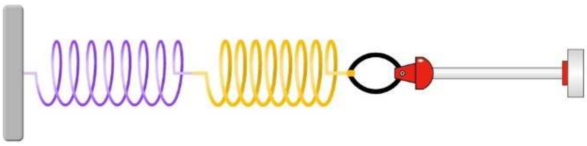


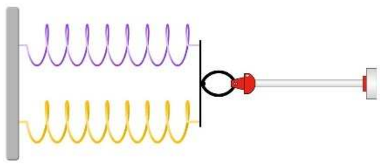
B. Sapendo che la forza d'attrito, per definizione, è data dal prodotto tra la forza premente (in questo caso la componente perpendicolare al piano della forza peso) e il coefficiente d'attrito:

$$F_A = \mu\, P_{\perp} \qquad \Rightarrow \qquad \mu = \frac{F_A}{P_{\perp}} = \mathbf{0{,}577}$$

2. Siano date due molle di costante elastica rispettivamente $250\ N/m$ e $500\ N/m$. Nella figura 1 sono collegate in serie, mentre nella figura 2 sono collegate in parallelo. Se in entrambi i casi viene applicata una forza di $60\ N$, determina:
   A. nel collegamento in serie: la forza applicata ad ogni molla e l'allungamento totale;
   B. nel collegamento in parallelo: l'allungamento di ogni molla e la forza applicata ad ogni molla.

$$k_1 = 250\ N/m \qquad k_2 = 500\ N/m \qquad F = 60\ N \qquad x? \qquad F_1? \qquad F_2?$$





A. Nel collegamento in serie, **sulle due molle viene applicata la stessa forza F**, perciò, applicando la legge di Hooke: $F = kx$, ottengo:

$$x = x_1 + x_2 = \frac{F}{k_1} + \frac{F}{k_2} = \mathbf{0{,}36\ m}$$

B. Nel collegamento in parallelo, sulle due molle viene applicata una forza diversa (inversamente proporzionale alla costante elastica) tale che la loro somma sia uguale a quella della forza applicata, ma l'allungamento è uguale per entrambe, si comportano come se fossero un'unica molla, con costante elastica pari alla somma delle costanti elastiche delle due molle:

$$F = F_1 + F_2 = k_1 x + k_2 x = x\,(k_1 + k_2) \qquad \Rightarrow \qquad x = \frac{F}{k_1 + k_2} = \mathbf{0{,}080\ m}$$

Posso quindi determinare le forze delle singole molle:

$$F_1 = k_1 x = \frac{k_1}{k_1 + k_2} F = \mathbf{20\ N} \qquad\qquad F_2 = k_2 x = \frac{k_2}{k_1 + k_2} F = \mathbf{40\ N}$$

3. Una molla viene allungata di 3,0 cm tirandola con una forza di modulo 15 N. Quando la forza è inferiore del 10%, di quanto è allungata la molla?

Sapendo che, per la legge di Hooke, l'allungamento di una molla è direttamente proporzionale alla forza esercitata, anche l'allungamento sarà inferiore del 10%, ovvero sarà il 90% dell'allungamento iniziale:

$$3{,}0\ cm \cdot 0{,}9 = \mathbf{2{,}7\ cm}$$

4. Franco e Roberta devono spostare una cassa appoggiata sul pavimento (figura 3). Franco sostiene che è più conveniente spingere la cassa, mentre Roberta dice che è meglio tirarla. Secondo te, chi ha ragione? Giustifica la tua risposta. Sapendo che la cassa ha una massa di 18 kg, che il coefficiente di attrito statico tra la cassa e il pavimento è 0,4 che la forza è inclinata (in entrambi i casi) di 30° rispetto al pavimento e che ha modulo 80 N, calcola la **minima** forza di attrito.

$$m = 18\ kg \qquad \mu = 0{,}4 \qquad \alpha = 30° \qquad F_a?$$

Dal diagramma delle forze, scomponendo entrambe le forze agenti, si evince che è più efficace la forza applicata da Roberta: infatti, la forza applicata da Franco oltre a spingere la cassa, la preme anche verso il basso, aumentando così la forza di attrito, che sarà data dal prodotto del coefficiente d'attrito per la somma tra la componente verticale della forza $\vec{F}$ e la forza peso.
Nel caso, invece, della forza $\vec{R}$ di Roberta, la cassa viene anche spinta verso l'alto e la forza di attrito sarà data dal prodotto del coefficiente d'attrito per la differenza tra la forza peso e la componente verticale della forza $\vec{F}$.

$$F_a = \mu\, F_\perp = \mu\,(P - R_\perp) = \mu\,(mg - R\sin 30°) = \mathbf{55\ N}$$

5. Un corpo di massa 3,2 kg è appoggiato su un piano inclinato alto 30 cm e lungo 50 cm.
   A. Quale deve essere la massa del corpo ad esso collegato tramite la fune affinché stiano in equilibrio?
   B. Per aumentare la massa appesa del 20% e mantenere ancora l'equilibrio, di quanto dovrebbe aumentare l'altezza in percentuale?

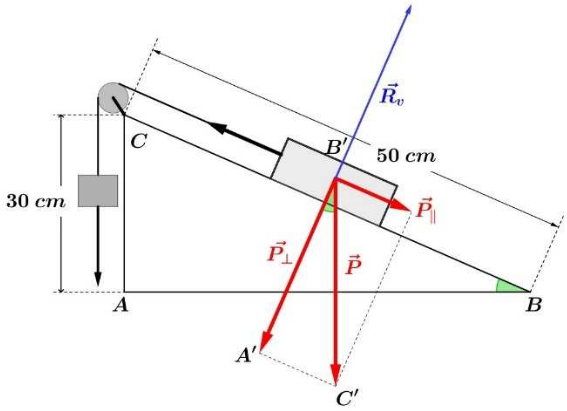
$$m_1 = 3{,}2\ kg \qquad h = 0{,}30\ m \qquad L = 0{,}50\ m \qquad m_2? \qquad m'_2 = 1{,}2\ m_2 \qquad h_2(h)\%?$$

A. Il peso della seconda massa appesa deve essere uguale alla componente parallela al piano della forza peso del corpo appoggiato sul piano, perché il sistema sia in equilibrio. Ricostruendo il triangolo formato dalle componenti della forza peso parallela e perpendicolare al piano, trovo il triangolo A'B'C' simile al triangolo ABC dato dal piano inclinato, perciò:

$$A'C' : AC = B'C' : BC \quad \Rightarrow \quad P_\parallel : h = P : L \quad \Rightarrow$$

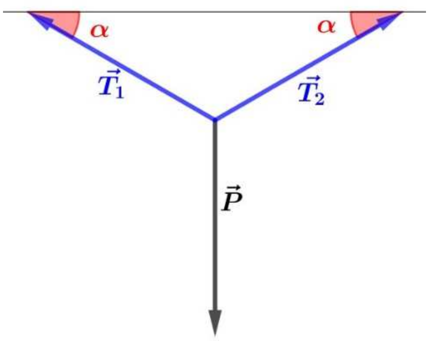
$$P_2 = P_\parallel = P\frac{h}{L} \quad \Rightarrow \quad m_2 g = m_1 g\frac{h}{L} \quad \Rightarrow$$

$$m_2 = m_1\frac{h}{L} = \mathbf{1{,}9\ kg}$$



B. Sapendo che la massa appesa aumenta del 20% e che la massa è direttamente proporzionale all'altezza, anche l'altezza deve aumentare del **20%**.

6. Un lampadario è appeso al soffitto per mezzo di due cavi, inclinati rispetto all'orizzontale di uno stesso angolo α. Le tensioni dei due cavi hanno modulo uguale al modulo del peso del lampadario. Determina l'angolo α che la direzione dei due cavi forma con il soffitto.



La condizione di equilibrio è: $\vec{T_1} + \vec{T_2} + \vec{P} = 0$ e sappiamo dal testo che $T_1 = T_2 = P$.
Possiamo dedurre dalla condizione di equilibrio che: $|\vec{T_1} + \vec{T_2}| = P$.

$$|\vec{T_1} + \vec{T_2}| = T_1 \sin\alpha + T_2 \sin\alpha = P\sin\alpha + P\sin\alpha = 2P\sin\alpha$$

Ponendo uguale questo risultato a P:

$$2P\sin\alpha = P \quad \Rightarrow \quad \sin\alpha = \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad \alpha = \sin^{-1}\frac{1}{2} = \mathbf{30°}$$