1. Un tappo viene sparato da una bottiglia di spumante con un angolo di 35,0° sopra l'orizzontale. Se il tappo cade a una distanza orizzontale di 15,5 cm dopo 0,149 s, qual è il modulo della sua velocità iniziale?

$$\alpha = 35{,}0° \qquad G = 15{,}5\ cm \qquad t_v = 0{,}149\ s \qquad v_o?$$

Considero solamente il moto lungo la direzione orizzontale dell'asse x, ovvero il moto rettilineo uniforme.
La relazione tra la distanza orizzontale e il tempo di volo è: $G = v_{o_x} t_v \qquad G = v_o t_v \cos\alpha \qquad v_o = \frac{G}{t_v \cos\alpha} = \mathbf{1,27\ m/s}$

2. Il grande fiume Zambesi forma le imponenti cascate Victoria nell'Africa centro-meridionale, alte approssimativamente 108 m. Se, appena prima di precipitare nella cascata, il fiume scorre orizzontalmente con una velocità di 3,60 m/s, qual è il modulo della velocità dell'acqua quando colpisce il fondo? Assumi che l'acqua sia in caduta libera.

$$h = 108\ m \qquad v_{o_x} = 3{,}60\ m/s \qquad v?$$

Considero innanzi tutto la componente verticale del moto, che è data da un moto uniformemente accelerato.
Sapendo che l'acqua scorre orizzontalmente, la componente verticale della velocità iniziale è nulla e l'accelerazione è pari a quella di gravità.
Posso applicare la relazione tra le velocità, l'accelerazione e lo spazio percorso, per determinare la componente verticale della velocità sul fondo, ma considero l'asse y come rivolto verso il basso, in modo da avere l'accelerazione di gravità positiva:

$$h = \frac{v_y^2 - v_{o_y}^2}{2g} \qquad v_y = \sqrt{2gh}$$

Lungo l'asse x la velocità è rimasta la stessa che alla partenza, e avendo appena determinato la sua componente verticale, posso applicare il teorema di Pitagora, e ottengo:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_{o_x}^2 + 2gh} = \mathbf{46,2\ m/s}$$

3. Un giocatore di golf colpisce una pallina con velocità iniziale di 34,4 m/s.
   A. Qual è la massima distanza a cui può trovarsi la buca perché il giocatore la possa centrare con un tiro diretto? (Non tenere conto della distanza che la palla può percorrere rotolando sul green e assumi che il punto da cui viene battuta la palla e il green siano allo stesso livello).
   B. Qual è l'albero più alto che la palla può superare nel percorso del tiro diretto?
   C. Dimezzando la velocità iniziale, come cambia la massima distanza a cui può trovarsi la buca?

$$v_o = 34{,}4\ m/s \qquad \alpha = 45{,}0° \qquad G? \qquad h_{max}?$$

Nei dati ho riportato un angolo di 45,0° (dato non presente esplicitamente nel testo), perché si parla di massima distanza e la massima distanza è ottenibile proprio con un angolo di 45,0°.

A. Per determinare la distanza percorsa in orizzontale, ovvero la gittata, devo determinare il tempo di volo. Considero innanzi tutto il moto verticale, che è un moto uniformemente accelerato, la cui legge oraria è: $y = v_{o_y} t - \frac{1}{2} g t^2$. Metto a sistema la legge oraria con $y = 0$, dato che devo tornare al livello di partenza, perciò:

$$v_{o_y} t - \frac{1}{2} g t^2 = 0 \qquad t\left(v_{o_y} - \frac{1}{2} g t\right) = 0 \qquad \begin{cases} t_1 = 0\ s \\ t_2 = \frac{2 v_{o_y}}{g} \end{cases}$$

Il primo risultato ottenuto è riferito alla partenza. Il tempo di volo è dato da t_2. Sostituisco il tempo di volo nella legge oraria del moto orizzontale, che è un moto rettilineo uniforme, per ottenere la gittata:

$$x = v_{o_x} t \qquad \Rightarrow \qquad G = v_{o_x} t_v = v_o \cos\alpha \cdot \frac{2 v_o \sin\alpha}{g} = \mathbf{121\ m}$$

B. Determinare l'altezza dell'albero più alto equivale a determinare la massima altezza raggiunta dalla pallina durante il volo. So che, nel suo moto verticale, nel punto più alto la pallina avrà una componente della velocità uguale a zero e posso quindi determinare il tempo di volo necessario per raggiungere tale altezza attraverso la legge oraria della velocità:

$$v_y = v_{o_y} - gt \qquad t = \frac{v_{o_y} - v_y}{g} = \frac{v_{o_y}}{g}$$

Sostituisco il tempo nella legge oraria del moto uniformemente accelerato verticale: $y = v_{o_y} \cdot \frac{v_{o_y}}{g} - \frac{1}{2} g \left(\frac{v_{o_y}}{g}\right)^2 = \frac{\left(v_{o_y}\right)^2}{2g} = \mathbf{30,2\ m}$

C. L'espressione finale della gittata determinata al punto B è data da: $G = v_o^2 \cdot \frac{2\cos\alpha\sin\alpha}{g}$. Come si può notare, la gittata è direttamente proporzionale al quadrato della velocità iniziale, perciò dimezzando la velocità iniziale, **la gittata si ridurrà di un fattore 4**.

4. In una catena di montaggio si utilizzano dei nastri trasportatori che scorrono sopra rulli di supporto ognuno con un diametro d_1. I rulli tengono in moto i nastri con una velocità costante v. Si deve sostituire il nastro con uno nuovo, che poggia su rulli di diametro inferiore del 65% rispetto a quelli precedenti. Quanto vale la nuova frequenza di rotazione rispetto alla precedente?

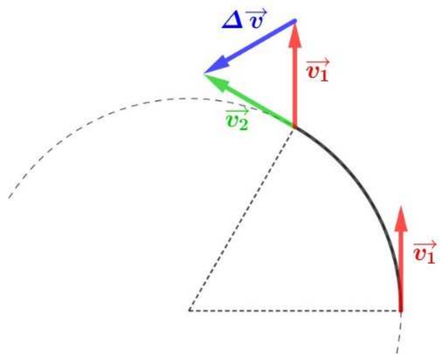
$$d_1, v \qquad d_2 = \frac{35}{100}d_1, v \qquad f_2(f_1)?$$

Sapendo che i moduli delle due velocità tangenziali sono uguali e che la velocità tangenziale è $v = \omega r$, abbiamo:

$$\omega_1 r_1 = \omega_2 r_2 \quad \Rightarrow \quad 2\pi f_1 \frac{d_1}{2} = 2\pi f_2 \frac{35}{100}\frac{d_1}{2} \quad \Rightarrow \quad f_1 = \frac{35}{100} f_2 \quad \Rightarrow \quad f_2 = \frac{100}{35} f_1 = \mathbf{2,86\, f_1}$$

5. Una rondine vola alla velocità costante di 4,5 m/s, percorrendo in 6,3 s un arco di circonferenza di 60° in verso orario.
   A. Rappresenta la situazione, disegnando il vettore variazione di velocità.
   B. Calcola l'accelerazione centripeta della rondine.
   C. Se la rondine raddoppia la velocità, mantenendo costante il periodo, come cambia l'accelerazione?

$$v = 4{,}5\, m/s \qquad t = 6{,}3\, s \qquad \Delta\vartheta = 60° \qquad a_c? \qquad v_2 = v \qquad T_2 = T \qquad a_{c_2}(a_c)?$$



A. A lato, ho rappresentato in blu il vettore variazione di velocità, ovvero la differenza tra il vettore $\vec{v_2}$ e il vettore $\vec{v_1}$.

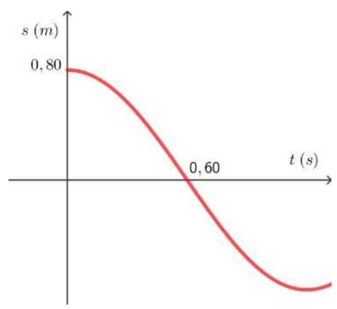
B. Dai dati, posso ricavare la velocità angolare, o facendo il rapporto tra l'angolo di circonferenza espresso in radianti e il tempo o ricavando il periodo, moltiplicando il tempo per 6, visto che 60° sono la sesta parte di una circonferenza. Comincio con il determinare il raggio della circonferenza in funzione della velocità, per poi determinare l'accelerazione centripeta usando la definizione.

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi r}{6t} = \frac{\pi r}{3t} \qquad \Rightarrow \qquad r = \frac{3vt}{\pi}$$

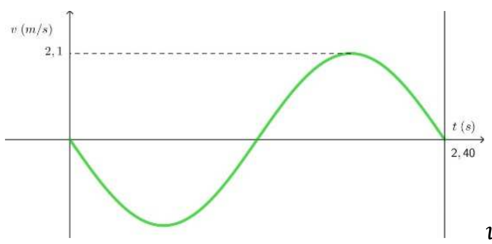
$$a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{v^2}{\frac{3vt}{\pi}} = \frac{v\pi}{3t} = \mathbf{0,75\, m/s^2}$$

C. Dato che l'accelerazione centripeta, dalla relazione precedentemente trovata, è direttamente proporzionale alla velocità, se la velocità raddoppia, ma il periodo resta costante (in altre parole raddoppia il raggio), l'accelerazione centripeta **raddoppia** a sua volta.

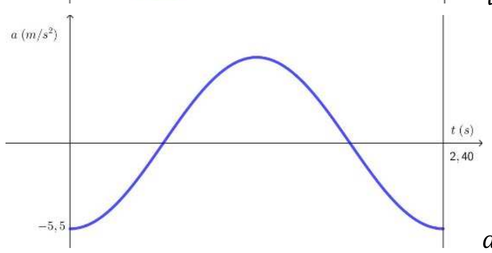
6. La figura mostra il grafico spazio-tempo del moto di una boa sull'acqua. Determina:
   A. l'ampiezza, il periodo e la pulsazione del moto
   B. rappresenta il grafico velocità-tempo e il grafico accelerazione-tempo di questo moto armonico in un periodo.



A. Dal grafico posso ricavare l'ampiezza $\boldsymbol{A = 0,80\, m}$. Visto che viene presentato il primo quarto di periodo, posso determinare il periodo: $\boldsymbol{T = 2,4\, s}$. A questo punto posso determinare la pulsazione: $\omega = \frac{2\pi}{T} = \mathbf{2,6\, rad/s}$



$v_{max} = \omega A$



$a_{max} = \omega^2 A$