

$$1. |x + 2| + |x^2 + 3x + 2| \leq 0$$

$$|x + 2| + |x + 2||x + 1| \leq 0$$

$$|x + 2|(1 + |x + 1|) \leq 0$$

Il secondo fattore è positivo per qualsiasi valore reale di  $x$ , in quanto somma di un valore assoluto e di un numero positivo. Invece il primo fattore può essere uguale a zero:

$$|x + 2| = 0 \quad \Rightarrow \quad x + 2 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = -2$$

$$2. |x^4 + 8x^2 - 9| > 0$$

$$|x^2 + 9||x^2 - 1| > 0$$

$$|x^2 + 9||x - 1||x + 1| > 0$$

Il prodotto dei tre valori assoluti è sicuramente maggiore di zero, devo semplicemente escludere il caso in cui i fattori sono nulli (e questo non vale per il primo fattore, che – in quanto somma di quadrati – è sicuramente diverso da zero)

$$x - 1 \neq 0 \quad \wedge \quad x + 1 \neq 0 \quad \Rightarrow \quad x \neq \pm 1$$

$$3. |3x + 4| = 3$$

$$3x + 4 = 3 \quad \vee \quad 3x + 4 = -3$$

$$3x = -1 \quad \vee \quad 3x = -7$$

$$x = -\frac{1}{3} \quad \vee \quad x = -\frac{7}{3}$$

$$4. |x - 2| + |x - 3| = 2x - 5$$

	2	3
$-x + 2$	$x - 2$	$x - 2$
$-x + 3$	$-x + 3$	$x - 3$
$x < 2$	$2 \leq x < 3$	$x \geq 3$

$$\begin{cases} x < 2 \\ -x + 2 - x + 3 = 2x - 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < 2 \\ x = \frac{5}{2} \end{cases} \Rightarrow \nexists x \in \mathbb{R}$$

$$\begin{cases} 2 \leq x < 3 \\ x - 2 - x + 3 = 2x - 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2 \leq x < 3 \\ x = 3 \end{cases} \Rightarrow \nexists x \in \mathbb{R}$$

$$\begin{cases} x \geq 3 \\ x - 2 + x - 3 = 2x - 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ \forall x \in \mathbb{R} \end{cases} \Rightarrow x \geq 3$$

$$x \geq 3$$



8.  $\left| \frac{1}{x} - \frac{2}{5} \right| \leq 1$

$$\left| \frac{5-2x}{5x} \right| \leq 1 \Rightarrow \begin{cases} \frac{5-2x}{5x} \leq 1 \\ \frac{5-2x}{5x} \geq -1 \end{cases}$$

Prima disequazione del sistema:

$$\frac{5-7x}{5x} \leq 0$$

$$\begin{aligned} N \geq 0: & x \leq \frac{5}{7} \\ D > 0: & x > 0 \end{aligned}$$

	0		$\frac{5}{7}$	
+		+		-
-		+		+
-		+		-

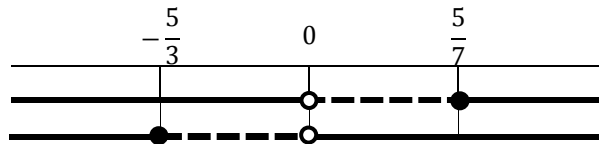
Seconda disequazione del sistema:

$$\frac{5+3x}{5x} \geq 0$$

$$\begin{aligned} N \geq 0: & x \geq -\frac{5}{3} \\ D > 0: & x > 0 \end{aligned}$$

	$-\frac{5}{3}$		0	
-		+		+
-		-		+
+		-		+

$$\begin{cases} x < 0 \vee x \geq \frac{5}{7} \\ x \leq -\frac{5}{3} \vee x > 0 \end{cases}$$



$$x \leq -\frac{5}{3} \vee x \geq \frac{5}{7}$$

9.  $\frac{|x+1|-3}{1+|x|+|x-3|} < 0$

Il denominatore è sempre positivo, in quanto somma di quantità sempre positive, perciò conta solo il segno del numeratore, che deve essere negativo:

$$|x+1| - 3 < 0$$

$$|x+1| < 3$$

$$-3 < x+1 < 3$$

$$-4 < x < 2$$

$$10. |x + 1| + |x + 2| - 3|x - 3| - x > 1$$

	-2	-1	3
$-x - 1$	$-x - 1$	$x + 1$	$x + 1$
$-x - 2$	$x + 2$	$x + 2$	$x + 2$
$-x + 3$	$-x + 3$	$-x + 3$	$x - 3$
$x < -2$	$-2 \leq x < -1$	$-1 \leq x < 3$	$x \geq 3$

$$\begin{cases} x < -2 \\ -x - 1 - x - 2 + 3x - 9 - x > 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < -2 \\ \nexists x \in \mathbb{R} \end{cases} \Rightarrow \nexists x \in \mathbb{R}$$

$$\begin{cases} -2 \leq x < -1 \\ -x - 1 + x + 2 + 3x - 9 - x > 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2 \leq x < -1 \\ x > \frac{9}{2} \end{cases} \Rightarrow \nexists x \in \mathbb{R}$$

$$\begin{cases} -1 \leq x < 3 \\ x + 1 + x + 2 + 3x - 9 - x > 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -1 \leq x < 3 \\ x > \frac{7}{4} \end{cases} \Rightarrow \frac{7}{4} < x < 3$$

$$\begin{cases} x \geq 3 \\ x + 1 + x + 2 - 3x + 9 - x > 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x < \frac{11}{2} \end{cases} \Rightarrow 3 \leq x < \frac{11}{2}$$

$$\frac{7}{4} < x < \frac{11}{2}$$