

$$1. |x - 2| + |x^2 - 3x + 2| \leq 0$$

$$|x - 2| + |x - 2||x - 1| \leq 0$$

$$|x - 2|(1 + |x - 1|) \leq 0$$

Il secondo fattore è positivo per qualsiasi valore reale di x , in quanto somma di un valore assoluto e di un numero positivo. Invece il primo fattore può essere uguale a zero:

$$|x - 2| = 0 \quad \Rightarrow \quad x - 2 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 2$$

$$2. |x^4 - 3x^2 - 4| > 0$$

$$|x^2 + 1||x^2 - 4| > 0$$

$$|x^2 + 1||x - 2||x + 2| > 0$$

Il prodotto dei tre valori assoluti è sicuramente maggiore di zero, devo semplicemente escludere il caso in cui i fattori sono nulli (e questo non vale per il primo fattore, che – in quanto somma di quadrati – è sicuramente diverso da zero)

$$x - 2 \neq 0 \quad \wedge \quad x + 2 \neq 0 \quad \Rightarrow \quad x \neq \pm 2$$

$$3. |3x + 5| = 3$$

$$3x + 5 = 3 \quad \vee \quad 3x + 5 = -3$$

$$3x = -2 \quad \vee \quad 3x = -8$$

$$x = -\frac{2}{3} \quad \vee \quad x = -\frac{8}{3}$$

$$4. |x - 2| + |x - 5| = 2x - 7$$

	2	5
$-x + 2$	$x - 2$	$x - 2$
$-x + 5$	$-x + 5$	$x - 5$
$x < 2$	$2 \leq x < 5$	$x \geq 5$

$$\begin{cases} x < 2 \\ -x + 2 - x + 5 = 2x - 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < 2 \\ x = \frac{7}{2} \end{cases} \Rightarrow \nexists x \in \mathbb{R}$$

$$\begin{cases} 2 \leq x < 5 \\ x - 2 - x + 5 = 2x - 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2 \leq x < 5 \\ x = 5 \end{cases} \Rightarrow \nexists x \in \mathbb{R}$$

$$\begin{cases} x \geq 5 \\ x - 2 + x - 5 = 2x - 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 5 \\ \forall x \in \mathbb{R} \end{cases} \Rightarrow x \geq 5$$

$$x \geq 5$$

5. $|x + 2 - |x|| = 4$

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ |x + 2 - x| = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ \nexists x \in \mathbb{R} \end{cases} \Rightarrow \nexists x \in \mathbb{R}$$

$$\begin{cases} x < 0 \\ |x + 2 + x| = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < 0 \\ 2x + 2 = \pm 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 & x < 0 \\ \vee & x = -3 \end{cases}$$

$$x = -3$$

6. $|x + 4| - 2|x - 1| = x + 2$

	-4	1
$-x - 4$	$x + 4$	$x + 4$
$-x + 1$	$-x + 1$	$x - 1$
$x < -4$	$-4 \leq x < 1$	$x \geq 1$

$$\begin{cases} x < -4 \\ -x - 4 + 2x - 2 = x + 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < -4 \\ \nexists x \in \mathbb{R} \end{cases} \Rightarrow \nexists x \in \mathbb{R}$$

$$\begin{cases} -4 \leq x < 1 \\ x + 4 + 2x - 2 = x + 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -3 \leq x < 1 \\ x = 0 \end{cases} \Rightarrow x = 0$$

$$\begin{cases} x \geq 1 \\ x + 4 - 2x + 2 = x + 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x = 2 \end{cases} \Rightarrow x = 2$$

$$x = 0 \quad \vee \quad x = 2$$

7. $\frac{1}{|x+3|} < \frac{1}{4}$

$$|x + 3| > 4$$

$$x + 3 < -4 \quad \vee \quad x + 3 > 4$$

$$x < -7 \quad \vee \quad x > 1$$

$$8. \left| \frac{1}{x} - \frac{2}{5} \right| \leq 1$$

$$\left| \frac{5-2x}{5x} \right| \leq 1 \Rightarrow \begin{cases} \frac{5-2x}{5x} \leq 1 \\ \frac{5-2x}{5x} \geq -1 \end{cases}$$

Prima disequazione del sistema:

$$\frac{5-7x}{5x} \leq 0$$

$$N \geq 0: x \leq \frac{5}{7}$$

$$D > 0: x > 0$$

	0		$\frac{5}{7}$	
	+		+	-
	-		+	+
	-		+	-

Seconda disequazione del sistema:

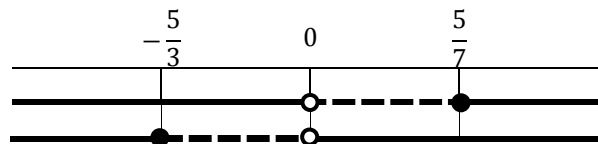
$$\frac{5+3x}{5x} \geq 0$$

$$N \geq 0: x \geq -\frac{5}{3}$$

$$D > 0: x > 0$$

	$-\frac{5}{3}$		0	
	-		+	+
	-		-	+
	+		-	+

$$\begin{cases} x < 0 \vee x \geq \frac{5}{7} \\ x \leq -\frac{5}{3} \vee x > 0 \end{cases}$$



$$x \leq -\frac{5}{3} \vee x \geq \frac{5}{7}$$

$$9. \frac{|x+2|-3}{1+|x|+|x-4|} < 0$$

Il denominatore è sempre positivo, in quanto somma di quantità sempre positive, perciò conta solo il segno del numeratore, che deve essere negativo:

$$|x+2|-3 < 0$$

$$|x+2| < 3$$

$$-3 < x+2 < 3$$

$$-5 < x < 1$$

$$10. |x + 2| + |x + 3| - 3|x - 4| - x > 1$$

	-3	-2	4
$-x - 2$	$-x - 2$	$x + 2$	$x + 2$
$-x - 3$	$x + 3$	$x + 3$	$x + 3$
$-x + 4$	$-x + 4$	$-x + 4$	$x - 4$
$x < -3$	$-3 \leq x < -2$	$-2 \leq x < 4$	$x \geq 4$

$$\begin{cases} x < -3 \\ -x - 2 - x - 3 + 3x - 12 - x > 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < -3 \\ \nexists x \in \mathbb{R} \end{cases} \Rightarrow \nexists x \in \mathbb{R}$$

$$\begin{cases} -3 \leq x < -2 \\ -x - 2 + x + 3 + 3x - 12 - x > 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -3 \leq x < -2 \\ x > 6 \end{cases} \Rightarrow \nexists x \in \mathbb{R}$$

$$\begin{cases} -2 \leq x < 4 \\ x + 2 + x + 3 + 3x - 12 - x > 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2 \leq x < 4 \\ x > 2 \end{cases} \Rightarrow 2 < x < 4$$

$$\begin{cases} x \geq 4 \\ x + 2 + x + 3 - 3x + 12 - x > 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x < 8 \end{cases} \Rightarrow 3 \leq x < 8$$

$$2 < x < 8$$