

1. Fra le risposte indicate scegli quella corretta:

1A. 2A. 3A. 4E (test di medicina 2009). 5A (test di medicina 2007). 6B (test di medicina 2007). 7A (test di odontoiatria 2003). 8C. 9C (test di medicina 2002). 10D (test di veterinaria 2010). 11A. 12C. 13B. 14A. 15B.

2. Un tappo viene sparato da una bottiglia di champagne con un angolo di $60,0^\circ$ sopra l'orizzontale. Se il tappo cade a una distanza orizzontale di 2,50 m dopo 1,25 s, qual è il modulo della sua velocità iniziale?

$$x = 2,50 \text{ m} \quad \vartheta = 60,0^\circ \quad t = 1,25 \text{ s} \quad v_o?$$

Le equazioni che rappresentano il moto del proiettile sono:
$$\begin{cases} x = v_{ox} t \\ y = v_{oy} t - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

Per determinare la velocità di partenza, basta sostituire i dati forniti nella prima equazione:

$$x = v_{ox} t \quad \Rightarrow \quad x = v_o \cos \vartheta t \quad \Rightarrow \quad v_o = \frac{x}{\cos \vartheta t} = 4 \text{ m/s}$$

3. Un proiettile viene sparato ad una velocità di 22,15 m/s e con una direzione che forma un angolo di $75,0^\circ$ con l'orizzonte. Determina la gittata, l'altezza massima del proiettile e il tempo di volo. Se il proiettile venisse sparato con una velocità doppia di quella indicata, come varierebbero la gittata, l'altezza massima e il tempo di volo? Motiva la tua risposta senza eseguire calcoli.

Le equazioni che rappresentano il moto del proiettile sono:
$$\begin{cases} x = v_{ox} t \\ y = v_{oy} t - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases} \quad (*)$$

Per determinare la gittata, ricavo il tempo dalla prima equazione, in funzione della velocità iniziale e dello spazio percorso in orizzontale, e lo sostituisco nella seconda equazione. Per determinare la gittata metto a sistema l'equazione così ottenuta – che è l'equazione della traiettoria – con quella dell'asse x, ovvero $y = 0$: risulteranno due valori di x, uno pari a 0 (la partenza) e uno pari alla gittata.

$$\begin{cases} x = v_{ox} t \\ y = v_{oy} t - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases} \quad \begin{cases} t = \frac{x}{v_{ox}} \\ y = \frac{v_{oy}}{v_{ox}} x - \frac{g}{2 v_{ox}^2} x^2 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 0 \\ y = \frac{v_{oy}}{v_{ox}} x - \frac{g}{2 v_{ox}^2} x^2 \end{cases} \quad x_1 = 0 \quad x_2 = \frac{2 v_{ox} v_{oy}}{g} = 25 \text{ m}$$

Per determinare l'altezza massima raggiunta, devo considerare, innanzi tutto, che nel punto più alto della sua traiettoria il proiettile avrà la componente verticale della velocità nulla:

$$v_y = v_{oy} - g t \quad \Rightarrow \quad t = \frac{v_{oy}}{g} = \frac{v_o \sin \vartheta}{g}$$

Sostituendo il valore così ottenuto per il tempo nella seconda equazione di (*), ottengo l'altezza massima:

$$y = v_{oy} t - \frac{1}{2} g t^2 = \frac{v_{oy}^2}{g} - \frac{1}{2} g \cdot \frac{v_{oy}^2}{g^2} = \frac{v_{oy}^2}{2g} = 23,3 \text{ m}$$

Il tempo di volo sarà il doppio del tempo impiegato per raggiungere la massima altezza, cioè:

$$t = 2 \cdot \frac{v_{oy}}{g} = 4,36 \text{ s}$$

La formula della gittata è: $R = \frac{2 v_{ox} v_{oy}}{g} = \frac{v_o^2}{g} \sin 2\vartheta$, come precedentemente calcolato.

Viene evidenziato che tra le due grandezze, la gittata e il modulo della velocità iniziale, esiste un legame di proporzionalità quadratica diretta, perciò raddoppiando il modulo della velocità iniziale, la gittata **quadruplicherà**.

La formula dell'altezza massima è: $h_{max} = \frac{v_{oy}^2}{2g} = \frac{v_o^2}{2g} \sin^2 \vartheta$, come precedentemente calcolato.

Viene evidenziato che tra le due grandezze, l'altezza massima e il modulo della velocità iniziale, esiste un legame di proporzionalità quadratica diretta, perciò raddoppiando il modulo della velocità iniziale, l'altezza massima **quadruplicherà**.

La formula del tempo è: $t = 2 \cdot \frac{v_{oy}}{g} = 2 \cdot \frac{v_o}{g} \sin \vartheta$, come precedentemente calcolato.

Viene evidenziato che tra le due grandezze, il tempo e il modulo della velocità iniziale, esiste un legame di proporzionalità diretta, perciò raddoppiando il modulo della velocità iniziale, il tempo **raddoppierà**.

4. Il bordo esterno di un frisbee in rotazione, di diametro 28 cm, ha una velocità tangenziale di 3,5 m/s. Qual è la velocità angolare del frisbee? E il periodo di rotazione?

Se conosciamo il diametro, conosciamo anche il raggio (=14 cm) e, dalla velocità tangenziale, possiamo risalire alla velocità angolare:

$$v = \omega r \quad \Rightarrow \quad \omega = \frac{v}{r} = \mathbf{25 \text{ rad/s}}$$

Per determinare il periodo di rotazione, uso la velocità angolare, utilizzandone la definizione:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad \Rightarrow \quad T = \frac{2\pi}{\omega} = \mathbf{0,25 \text{ s}}$$

5. Un CD di diametro 12,0 cm ruota a 5,05 rad/s. Calcola il modulo della sua velocità lineare e della sua accelerazione centripeta. Considerando un punto del CD che si trova a metà fra il centro e il margine esterno, stabilisci come variano la velocità lineare e l'accelerazione centripeta, motivando la tua risposta senza eseguire calcoli.

Il raggio del CD è 6,0 cm. Possiamo quindi determinare la velocità lineare e l'accelerazione centripeta a partire dalla loro relazione con la velocità angolare:

$$v = \omega r = \mathbf{30,3 \text{ m/s}} \quad a_{cp} = \omega^2 r = \mathbf{153 \text{ m/s}^2}$$

Dimezzando il raggio, sia la velocità lineare che l'accelerazione centripeta **dimezzano**, perché entrambe le grandezze sono direttamente proporzionali al raggio.

6. Un oggetto che si muove di moto armonico semplice ha un periodo di 5,0 s. Se la sua velocità è nulla all'istante $t = 0$ e l'ampiezza del moto è 0,28 m, qual è il modulo della sua velocità all'istante $t = 2,0$ s? Qual è la sua velocità massima? E la sua accelerazione massima?

Calcoliamo innanzi tutto la frequenza angolare del moto: $\omega = \frac{2\pi}{T}$, dove T rappresenta il periodo di 5,0 s.

Abbiamo quindi tutti gli elementi per determinare la velocità:

$$v = -A\omega \text{sen}(\omega t) = \mathbf{-0,21 \text{ m/s}}$$

La velocità massima è data da: $v = A\omega = \mathbf{0,35 \text{ m/s}}$

L'accelerazione massima è data da: $a = A\omega^2 = \mathbf{0,44 \text{ m/s}^2}$

FILA B

1**B**. 2**C**. 3**B**. 4**B** (test di medicina 2009). 5**A** (test di medicina 2007). 6**C** (test di medicina 2007). 7**B** (test di odontoiatria 2003). 8**B**. 9**A** (test di medicina 2002). 10**C** (test di veterinaria 2010). 11**B**. 12**C**. 13**D**. 14**D**. 15**B**.