

Determina il MCD e il mcm dei polinomi dei seguenti gruppi, dopo averli scomposti:

$$1. \quad 2a^2 - 8 = 2(a^2 - 4) = 2(a - 2)(a + 2)$$

$$4a^3 + 32 = 4(a^3 + 8) = 4(a + 2)(a^2 - 2a + 4)$$

$$2a^2 + 2a - 4 = 2(a^2 + a - 2) = 2(a + 2)(a - 1)$$

$$M.C.D. = 2(a + 2) \quad m.c.m. = 4(a + 2)(a - 2)(a - 1)(a^2 - 2a + 4)$$

$$2. \quad x^2 - 4x + 4 = (x - 2)^2$$

$$2x^2 - x - 6 = 2x^2 - 4x + 3x - 6 = 2x(x - 2) + 3(x - 2) = (x - 2)(2x + 3)$$

$$x^2 - x - 2 = (x - 2)(x + 1)$$

$$M.C.D. = (x - 2) \quad m.c.m. = (x - 2)^2(x + 1)(2x + 3)$$

3. Indica per quali valori di x le seguenti frazioni si annullano e per quali perdono significato:

	Si annulla per $x =$	Perde significato per $x =$
$\frac{x - 5}{x^2 - 5x} = \frac{x - 5}{x(x - 5)} = \frac{1}{x}$	Nessun valore di x	0; 5
$\frac{2x}{-x^2 - 1} = -\frac{2x}{x^2 + 1}$	0	Nessun valore di x
$\frac{6x^3 + x}{3x + 1} = \frac{x(6x^2 + 1)}{3x + 1}$	0	$-\frac{1}{3}$

Semplifica le seguenti frazioni algebriche, valutando per quali valori perdono significato:

$$4. \quad \frac{ax + bx + ay + by}{5a + 5b + ax + bx} = \frac{x(a + b) + y(a + b)}{5(a + b) + x(a + b)} = \frac{(a + b)(x + y)}{(a + b)(5 + x)} = \frac{x + y}{5 + x} \quad C.E.: a \neq -b \wedge x \neq -5$$

$$5. \quad \frac{x^2 + 1 + 2x}{2 + 2x} = \frac{(x + 1)^2}{2(1 + x)} = \frac{x + 1}{2} \quad C.E.: x \neq -1$$

$$6. \quad \frac{18a^2b^2 + 9ab^3}{12a^3 - 3ab^2} = \frac{9ab^2(2a + b)}{3a(4a^2 - b^2)} = \frac{9ab^2(2a + b)}{3a(2a + b)(2a - b)} = \frac{3b^2}{2a - b} \quad C.E.: a \neq 0 \wedge b \neq \pm 2a$$

$$7. \quad \frac{8x^3 - 36x^2 + 54x - 27}{4x^2 - 9} = \frac{(2x - 3)^3}{(2x - 3)(2x + 3)} = \frac{(2x - 3)^2}{2x + 3} \quad C.E.: x \neq \pm \frac{3}{2}$$

$$8. \quad \frac{a^3 - ab^2}{a^2 + ab} = \frac{a(a^2 - b^2)}{a(a + b)} = \frac{a(a + b)(a - b)}{a(a + b)} = a - b \quad C.E.: a \neq -b \wedge a \neq 0$$

$$9. \quad \frac{a^3 - 5a^2 + 6a}{a^3 - 3a^2 - 4a + 12} = \frac{a(a^2 - 5a + 6)}{a^2(a - 3) - 4(a - 3)} = \frac{a(a - 3)(a - 2)}{(a - 3)(a^2 - 4)} = \frac{a(a - 3)(a - 2)}{(a - 3)(a - 2)(a + 2)} = \frac{a}{a + 2} \quad C.E.: a \neq \pm 2 \wedge a \neq 3$$

10. Trova il perimetro di un quadrato che ha area $4x^4 + \frac{1}{16}a^4 + a^2x^2$.

$4x^4 + \frac{1}{16}a^4 + a^2x^2 = \left(2x^2 + \frac{1}{4}a^2\right)^2$. Possiamo dedurre che il lato del quadrato è $L = 2x^2 + \frac{1}{4}a^2$ e quindi possiamo determinare il perimetro: $2p = 4 \left(2x^2 + \frac{1}{4}a^2\right) = 8x^2 + a^2$.

11. Calcola in modo rapido: $82^2 - 78^2$.

$$82^2 - 78^2 = (82 - 78)(82 + 78) = 4(160) = \mathbf{640}$$

12. Utilizzando i polinomi, dimostra che la somma di due numeri dispari è un numero pari.

Siano $N_1 = 2x + 1$ e $N_2 = 2y + 1$ due numeri dispari. Calcoliamone la somma:

$$2x + 1 + 2y + 1 = 2x + 2y + 2 = 2(x + y + 1)$$

La somma è sicuramente un numero pari, qualunque siano i due numeri dispari.