

Determina il MCD e il mcm dei polinomi dei seguenti gruppi, dopo averli scomposti:

$$1. \quad 3x^2 - 12 = 3(x^2 - 4) = 3(x - 2)(x + 2)$$

$$9x^3 + 72 = 9(x^3 + 8) = 9(x + 2)(x^2 - 2x + 4)$$

$$3x^2 + 3x - 6 = 3(x^2 + x - 2) = 3(x + 2)(x - 1)$$

$$M.C.D. = 3(x + 2) \quad m.c.m. = 9(x + 2)(x - 2)(x - 1)(x^2 - 2x + 4)$$

$$2. \quad a^2 - 4a + 4 = (a - 2)^2$$

$$2a^2 - a - 6 = 2a^2 - 4a + 3a - 6 = 2a(a - 2) + 3(a - 2) = (a - 2)(2a + 3)$$

$$a^2 - a - 2 = (a - 2)(a + 1)$$

$$M.C.D. = (a - 2) \quad m.c.m. = (a - 2)^2(a + 1)(2a + 3)$$

3. Indica per quali valori di x le seguenti frazioni si annullano e per quali perdono significato:

	Si annulla per $x =$	Perde significato per $x =$
$\frac{2x}{-x^2 - 1} = -\frac{2x}{x^2 + 1}$	0	Nessun valore di x
$\frac{6x^3 + x}{3x + 1} = \frac{x(6x^2 + 1)}{3x + 1}$	0	$-\frac{1}{3}$
$\frac{x - 5}{x^2 - 5x} = \frac{x - 5}{x(x - 5)} = \frac{1}{x}$	Nessun valore di x	0; 5

Semplifica le seguenti frazioni algebriche, valutando per quali valori perdono significato:

$$4. \quad \frac{5a+5b+ax+bx}{ax+bx+ay+by} = \frac{5(a+b) + x(a+b)}{x(a+b) + y(a+b)} = \frac{(a+b)(5+x)}{(a+b)(x+y)} = \frac{5+x}{x+y} \quad C.E.: a \neq -b \wedge x \neq -y$$

$$5. \quad \frac{a^2+1+2a}{2+2a} = \frac{(a+1)^2}{2(1+a)} = \frac{a+1}{2} \quad C.E.: a \neq -1$$

$$6. \quad \frac{12a^3-3ab^2}{18a^2b^2+9ab^3} = \frac{3a(4a^2-b^2)}{9ab^2(2a+b)} = \frac{3a(2a+b)(2a-b)}{9ab^2(2a+b)} = \frac{2a-b}{3b^2} \quad C.E.: a \neq 0 \wedge b \neq -2a \wedge b \neq 0$$

$$7. \quad \frac{8a^3-36a^2+54a-27}{4a^2-9} = \frac{(2a-3)^3}{(2a-3)(2a+3)} = \frac{(2a-3)^2}{2a+3} \quad C.E.: a \neq \pm \frac{3}{2}$$

$$8. \quad \frac{a^3-ab^2}{a^2+ab} = \frac{a(a^2-b^2)}{a(a+b)} = \frac{a(a+b)(a-b)}{a(a+b)} = a-b \quad C.E.: a \neq -b \wedge a \neq 0$$

$$9. \quad \frac{x^3-5x^2+6x}{x^3-3x^2-4x+12} = \frac{x(x^2-5x+6)}{x^2(x-3)-4(x-3)} = \frac{x(x-3)(x-2)}{(x-3)(x^2-4)} = \frac{x(x-3)(x-2)}{(x-3)(x-2)(x+2)} = \frac{x}{x+2} \quad C.E.: x \neq \pm 2 \wedge x \neq 3$$

10. Trova il perimetro di un quadrato che ha area $4a^4 + \frac{1}{16}x^4 + a^2x^2$.

$4a^4 + \frac{1}{16}x^4 + a^2x^2 = \left(2a^2 + \frac{1}{4}x^2\right)^2$. Possiamo dedurre che il lato del quadrato è $L = 2a^2 + \frac{1}{4}x^2$ e quindi possiamo determinare il perimetro: $2p = 4 \left(2a^2 + \frac{1}{4}x^2\right) = 8a^2 + x^2$.

11. Calcola in modo rapido: $83^2 - 77^2$.

$$83^2 - 77^2 = (83 - 77)(83 + 77) = 6(160) = 960$$

12. Utilizzando i polinomi, dimostra che la somma di due numeri dispari è un numero pari.

Siano $N_1 = 2x + 1$ e $N_2 = 2y + 1$ due numeri dispari. Calcoliamone la somma:

$$2x + 1 + 2y + 1 = 2x + 2y + 2 = 2(x + y + 1)$$

La somma è sicuramente un numero pari, qualunque siano i due numeri dispari.