1. Un recipiente, contenente elio (massa atomica $4{,}0\ u$) allo stato gassoso, si trova a una temperatura di $80\ K$ e a pressione atmosferica. Determina la densità dell'elio.

$$p = 1{,}01 \cdot 10^5\ Pa \qquad T = 80\ K \qquad M = 4{,}0 \cdot 10^{-3}\ g/mol \qquad d?$$

Il numero di moli è dato dal rapporto tra la massa totale dell'elio contenuta nel recipiente e la sua massa atomica: $n = m/M$. Sostituendolo nell'equazione di stato dei gas perfetti, $pV = nRT$, posso determinare la densità, che è data dal rapporto tra massa e volume:

$$pV = \frac{m}{M}RT \qquad \Rightarrow \qquad d = \frac{m}{V} = \frac{pM}{RT} = \frac{1{,}01 \cdot 10^5\ Pa \cdot 4{,}0 \cdot 10^{-3}\ \frac{kg}{mol}}{8{,}31 \frac{J}{mol\ K} \cdot 80\ K} = \mathbf{0{,}61\ kg/m^3}$$

2. Un pallone sonda meteorologico di forma sferica contiene elio alla pressione di $120\ kPa$ e alla temperatura di $293\ K$. Il diametro del pallone è di $3{,}65\ m$. Quando il pallone sale, la pressione si riduce a $65\ kPa$ mentre la temperatura scende a $253\ K$. Qual è la variazione percentuale di volume del pallone?

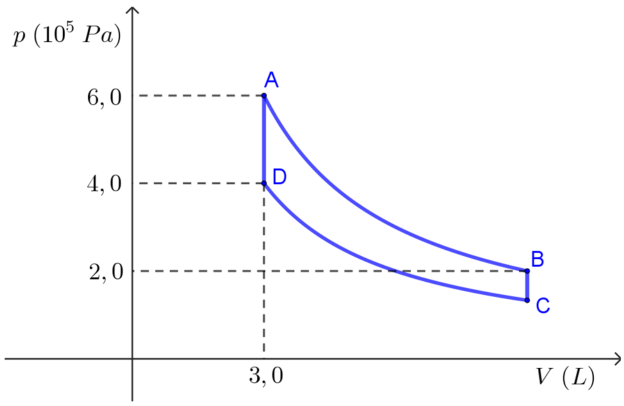
$$p_1 = 120\ kPa \qquad T_1 = 293\ K \qquad p_2 = 65\ kPa \qquad T_2 = 253\ K \qquad \frac{V_2 - V_1}{V_1}?$$

La soluzione viene offerta dall'equazione di stato dei gas perfetti:

$$\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2} \qquad \Rightarrow \qquad V_2 = V_1\frac{p_1T_2}{p_2T_1} \qquad \Rightarrow \qquad \frac{V_2 - V_1}{V_1} = \frac{V_1\frac{p_1T_2}{p_2T_1} - V_1}{V_1} = \frac{p_1T_2}{p_2T_1} - 1 = \mathbf{59\ \%}$$

3. $0{,}52$ moli di un gas perfetto compiono un ciclo formato da due isoterme e due isocore, e illustrato nel grafico a lato. Deduci dal grafico e calcola i valori di pressione, volume e temperatura nei quattro stati A, B, C e D.

pressione	volume	temperatura
$p_A = 6{,}0 \cdot 10^5\ Pa$	$V_A = 3{,}0 \cdot 10^{-3}\ m^3$	$T_A = T_B$
$p_B = 2{,}0 \cdot 10^5\ Pa$	$V_B = V_C$	$T_A = T_B$
	$V_B = V_C$	$T_C = T_D$
$p_D = 4{,}0 \cdot 10^5\ Pa$	$V_D = 3{,}0 \cdot 10^{-3}\ m^3$	$T_C = T_D$



Usando l'equazione di stato dei gas perfetti e il dato del numero di moli, è possibile determinare i dati mancanti nella tabella sopra riportata, che riassume i dati desumibili dal grafico:

$$pV = nRT \quad \Rightarrow \quad T_A = \frac{p_AV_A}{nR} = \frac{6{,}0 \cdot 10^5\ Pa \cdot 3{,}0 \cdot 10^{-3}\ m^3}{0{,}52\ mol \cdot 8{,}31 \frac{J}{mol\ K}} = \mathbf{4{,}2 \cdot 10^2\ K}$$

$$p_AV_A = p_BV_B \Rightarrow V_B = \frac{p_AV_A}{p_B} = \frac{6{,}0 \cdot 10^5\ Pa \cdot 3{,}0 \cdot 10^{-3}\ m^3}{2{,}0 \cdot 10^5\ Pa} = \mathbf{9{,}0 \cdot 10^{-3}\ m^3}$$

$$p_CV_C = p_DV_D \Rightarrow p_C = \frac{p_DV_D}{V_C} = \frac{4{,}0 \cdot 10^5\ Pa \cdot 3{,}0 \cdot 10^{-3}\ m^3}{9{,}0 \cdot 10^{-3}\ m^3} = \mathbf{1{,}3 \cdot 10^5\ Pa}$$

$$T_D = \frac{p_DV_D}{nR} = \frac{4{,}0 \cdot 10^5\ Pa \cdot 3{,}0 \cdot 10^{-3}\ m^3}{0{,}52\ mol \cdot 8{,}31 \frac{J}{mol\ K}} = \mathbf{2{,}8 \cdot 10^2\ K}$$

p $(10^5\ Pa)$	V $(10^{-3}\ m^3)$	T $(10^2\ K)$	
6,0	3,0	**4,2**	A
2,0	**9,0**	**4,2**	B
1,3	**9,0**	**2,8**	C
4,0	3,0	**2,8**	D

4. Un recipiente di $16\ L$ è diviso in due parti uguali, A e B, da un setto mobile verticale ed è riempito con azoto alla stessa temperatura. Nella parte A la pressione del gas è $1{,}7\ atm$ mentre nella parte B è $3{,}4\ atm$. Si estrae il setto e l'azoto occupa tutto il volume. Determina la pressione finale.

$$V_A = V_B = 8{,}0\ L \qquad p_A = 1{,}7\ atm \qquad p_B = 3{,}4\ atm \qquad T_A = T_B \qquad V = 16\ L \qquad p?$$

Nelle due parti del recipiente, i volumi sono uguali e la temperatura è la stessa. Applicando l'equazione di stato dei gas perfetti $pV = nRT$, posso ricavare il numero di moli: $n = \frac{pV}{RT}$:

$$n_A + n_B = n \qquad \Rightarrow \qquad \frac{p_A V_A}{RT_A} + \frac{p_B V_B}{RT_B} = \frac{pV}{RT}$$

Dato che la temperatura, uguale tra le due parti del recipiente, si mantiene costante, $T_A = T_B = T$, si può semplificare:

$$pV = p_A V_A + p_B V_B \qquad \Rightarrow \qquad p = \frac{p_A V_A + p_B V_B}{V} = \mathbf{2,6\ atm}$$

5. Un recipiente cubico di volume $8{,}00\ L$ contiene $2{,}00$ moli di un gas monoatomico alla temperatura di $300\ K$. Le molecole hanno una massa pari a $6{,}65 \cdot 10^{-27}\ kg$.
   A. Calcola la pressione sulle pareti
   B. Determina la velocità quadratica media delle molecole
   C. Determina la forza complessiva esercitata dal gas su una delle pareti

$$V = 8{,}00 \cdot 10^{-3}\ m^3 \qquad n = 2{,}00\ mol \qquad T = 300\ K \qquad m = 6{,}65 \cdot 10^{-27}\ kg \qquad p? \qquad v_{qm}? \qquad F?$$

A. Per determinare la pressione sulle pareti, uso l'equazione di stato dei gas perfetti: $pV = nRT \quad \Rightarrow \quad p = \frac{nRT}{V} = \mathbf{6,23 \cdot 10^5\ Pa}$

B. Per la teoria cinetica dei gas, $\overline{K} = \frac{3}{2}kT$ e, per la definizione di energia cinetica: $\overline{K} = \frac{1}{2}mv_{qm}^2$, perciò:

$$\frac{3}{2}kT = \frac{1}{2}mv_{qm}^2 \qquad \Rightarrow \qquad v_{qm} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \mathbf{1,37 \cdot 10^3\ m/s}$$

C. Ricordando la definizione di pressione come rapporto tra forza e superficie, posso determinare la forza complessiva, sapendo che il recipiente è cubico e $V = L^3$, perciò $L = \sqrt[3]{V}$:

$$p = \frac{F}{S} \qquad \Rightarrow \qquad F = pS = pL^2 = p\left(\sqrt[3]{V}\right)^2 = \mathbf{2,49 \cdot 10^4\ N}$$

6. L'azoto ha massa molecolare pari a 28u, mentre l'ossigeno ha massa molecolare pari a 32u.
   A. Qual è la differenza percentuale tra le velocità medie dell'azoto e dell'ossigeno dell'aria a 0°C?
   B. Questa differenza percentuale aumenta o diminuisce all'aumentare della temperatura?

$$M_N = 28\ u \qquad M_O = 32\ u \qquad T = 273\ K \qquad \frac{v_N - v_O}{v_O}?$$

A. L'energia cinetica è data, per la teoria cinetica, da $\overline{K} = \frac{3}{2}kT$ e, per definizione, da $\overline{K} = \frac{1}{2}mv_{qm}^2$, perciò: $\frac{3}{2}kT = \frac{1}{2}mv_{qm}^2$

Dato che i due gas si trovano alla stessa temperatura, hanno la stessa energia cinetica:

$$\frac{1}{2}M_N v_N^2 = \frac{1}{2}M_O v_O^2 \qquad \Rightarrow \qquad \frac{v_N}{v_O} = \sqrt{\frac{M_O}{M_N}}$$

Ottengo, quindi, quanto richiesto: $\frac{v_N - v_O}{v_O} = \frac{v_N}{v_O} - 1 = \sqrt{\frac{M_O}{M_N}} - 1 = 7\%$

B. Come si può notare dalla formula precedente, finché i due elementi mantengono la stessa temperatura, qualunque essa sia, il rapporto tra le velocità **non cambia**.