1. Il moto di un aereo durante i primi 12 secondi dopo il decollo è descritto dalle leggi orarie:

$$x = (70\ m/s)\ t + \frac{1}{2}\ (0{,}48\ m/s^2)t^2 \qquad y = (10\ m/s)\ t + \frac{1}{2}\ (0{,}14\ m/s^2)t^2$$

L'origine del sistema di riferimento è fissata nel punto in cui l'aereo si stacca dalla pista.

A. Determina il modulo del vettore spostamento dell'aereo $5{,}0\ s$ dopo il decollo.

B. Determina il modulo del vettore velocità dell'aereo $10{,}0\ s$ dopo il decollo.

$$x = (70\ m/s)\ t + \frac{1}{2}\ (0{,}48\ m/s^2)t^2 \qquad y = (10\ m/s)\ t + \frac{1}{2}\ (0{,}14\ m/s^2)t^2 \qquad t_1 = 5{,}0\ s \qquad t_2 = 10{,}0\ s \qquad |\Delta s_1|? \qquad |\Delta v_2|?$$

A. Sostituendo l'istante di tempo t_1 nelle due equazioni del moto, determino la posizione nelle sue componenti x e y dopo $5{,}0\ s$. Per determinare il modulo dello spostamento, rispetto all'origine, applico la definizione:

$$|\Delta s_1| = \sqrt{\left(x(t_1)\right)^2 + \left(y(t_1)\right)^2} = \sqrt{\left(70 \cdot 5{,}0 + \frac{1}{2} \cdot 0{,}48 \cdot (5{,}0)^2\right)^2 + \left(10 \cdot 5{,}0 + \frac{1}{2} \cdot 0{,}14 \cdot (5{,}0)^2\right)^2}\ m = \mathbf{3{,}6 \cdot 10^2\ m}$$

B. L'aereo si muove di moto uniformemente accelerato rispetto a entrambe le componenti, perciò, avendo l'accelerazione, posso determinare le componenti della velocità:

$$v_x = 70\ m/s + (0{,}48\ m/s^2)\ t \qquad v_y = 10\ m/s + (0{,}14\ m/s^2)\ t$$

Sostituendo l'istante di tempo t_2 nelle due leggi orarie della velocità, determino la velocità nelle sue componenti x e y dopo $10{,}0\ s$. Per determinare il modulo della velocità, applico la definizione:

$$|\Delta v_2| = \sqrt{\left(v_x(t_2)\right)^2 + \left(v_y(t_2)\right)^2} = \sqrt{(70 + 0{,}48 \cdot 10{,}0)^2 + (10 + 0{,}14 \cdot 10{,}0)^2}\ m/s = \mathbf{76\ m/s}$$

2. Una pallina rotola su un tavolo alto $1{,}20\ m$ e poi cade sul pavimento in un punto alla distanza orizzontale di $1{,}52\ m$ dal bordo del tavolo. Per quanto tempo è rimasta in aria? Qual era la sua velocità nell'istante in cui si è staccata dal tavolo?

$$h = 1{,}20\ m \qquad G = 1{,}52\ m \qquad t_v? \qquad v_o?$$

Considero innanzi tutto la componente verticale del moto, che è data da un moto uniformemente accelerato. Sapendo che la pallina è partita con velocità orizzontale, la componente verticale della velocità iniziale è nulla e l'accelerazione è pari a quella di gravità. La legge oraria, considerando l'origine del sistema di riferimento nel punto di partenza, e l'asse y diretto verso il basso, diventa:

$$h = \frac{1}{2} g t^2 \qquad t_v = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \mathbf{0{,}494\ s}$$

La gittata è la distanza totale percorsa in orizzontale in un moto uniforme, ovvero la distanza percorsa in un tempo pari al tempo di volo, partendo con una velocità orizzontale che è pari alla velocità iniziale, dato che la pallina è partita con velocità orizzontale:

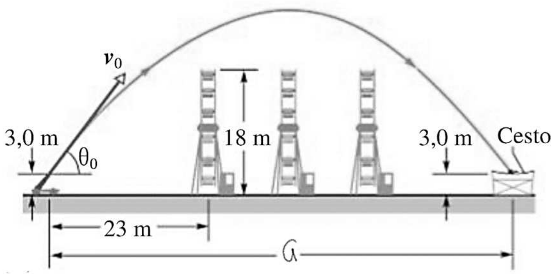
$$G = v_o t \qquad \Rightarrow \qquad v_o = \frac{G}{t_v} = \mathbf{3{,}07\ m/s}$$

3. Un proiettile viene lanciato a una velocità di $26{,}5\ m/s$ con un angolo di $53{,}0°$, come mostra la figura 1.

A. Il culmine della traiettoria è sulla verticale del traliccio centrale. Di quanti metri è più alto rispetto al traliccio?

B. A quale distanza dal punto iniziale deve essere posizionato il cesto in cui far cadere il proiettile?

$$v_o = 26{,}5\ m/s \qquad \alpha = 53{,}0° \qquad h = 3{,}0\ m \qquad h_1 = 18\ m \qquad \Delta h? \qquad G?$$



A. Per determinare l'altezza massima raggiunta, considero solo la relazione tra spazio percorso e accelerazione della componente y del moto, ricordando che, al culmine della traiettoria, il proiettile ha componente y della velocità pari a zero:

$$h_{max} = \frac{v_y^2 - v_{oy}^2}{-2g} = \frac{v_{oy}^2}{2g} = \frac{(v_o \sin\alpha)^2}{2g}$$

$$\Delta h = h_{max} + h - h_1 = \mathbf{7{,}8\ m}$$

B. Per determinare la distanza percorsa in orizzontale, moltiplico il tempo di volo per la componente orizzontale della velocità iniziale, che si mantiene uguale per tutto il volo, visto che lungo l'asse x il moto è rettilineo uniforme. Per determinare il tempo di volo, Considero solo la componente verticale del moto, data da un moto uniformemente accelerato. La legge oraria è: $y = h + v_{o_y}t - \frac{1}{2}gt^2$. Nella legge oraria, pongo l'altezza di arrivo pari a h, e ricavo il tempo di volo risolvendo l'equazione di secondo grado così ottenuta. Essa fornirà due soluzioni: quella uguale a zero è quella del punto di partenza, perciò considererò la seconda soluzione:

$$h = h + v_{o_y}t - \frac{1}{2}gt^2 \qquad gt^2 - 2v_{o_y}t = 0 \qquad t(gt - 2v_{oy}) = 0 \begin{cases} t_1 = [0\ s] \\ t_2 = \dfrac{2v_{oy}}{g} \end{cases}$$

$$G = v_{o_x}t_2 = v_o \cos\alpha \cdot \frac{2v_o \sin\alpha}{g} = \mathbf{68,8\ m}$$

4. Le pale di una turbina compiono $1200\ giri/min$. La punta di ogni pala dista $0,15\ m$ dall'asse di rotazione. Calcola i moduli della velocità e dell'accelerazione della punta. Calcola il periodo del moto.

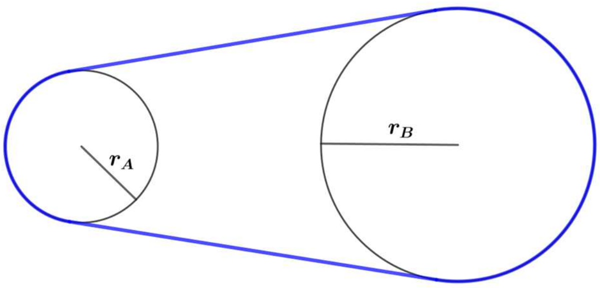
$$f = 1200\ giri/min = \frac{1200}{60}Hz = 20\ Hz \qquad r = 0,15\ m \qquad v? \qquad a_c? \qquad T?$$

Applicando le definizioni, posso determinare le grandezze richieste:

$$v = 2\pi rf = \mathbf{19\ m/s} \qquad a_c = \frac{v^2}{r} = \mathbf{2,4 \cdot 10^3\ m/s^2} \qquad T = \frac{1}{f} = \mathbf{0,050\ s}$$

5. Due dischi di diverso raggio sono uniti da una cinghia che non scivola sui dischi (figura 2). Il disco A ha raggio di 10 cm e viene fatto ruotare con una frequenza di 1500 giri al minuto. Il disco B ha raggio 25 cm.
   A. Determina la frequenza con cui ruota il disco B.
   B. Si vuole aumentare del 20% la frequenza con cui ruota il disco B. Di quanto deve aumentare la velocità tangenziale di un punto sul bordo del disco A in percentuale? Motiva la tua risposta.

$$r_A = 10\ cm \qquad f_A = 1500\ giri/min = 25\ Hz \qquad r_B = 25\ cm \qquad f_B? \qquad f_B{}' = \frac{120}{100}f_B \qquad \frac{v_A' - v_A}{v_A}\%?$$



A. I due dischi hanno la stessa velocità tangenziale, essendo uniti dalla cinghia che non scivola, perciò, applicando la definizione di velocità, si può determinare la frequenza del disco B:

$$2\pi r_A f_A = 2\pi r_B f_B \quad \Rightarrow \quad f_B = f_A\frac{r_A}{r_B} = \mathbf{600\ giri/min}$$

B. Visto che la velocità del disco B è direttamente proporzionale alla frequenza, aumentando del 20% la frequenza, anche la velocità aumenta del 20%, e siccome la velocità del disco B è uguale alla velocità del disco A, anche la velocità di A aumenta del **20%**.
Procedendo in modo più dettagliato, posso verificare quanto affermato:

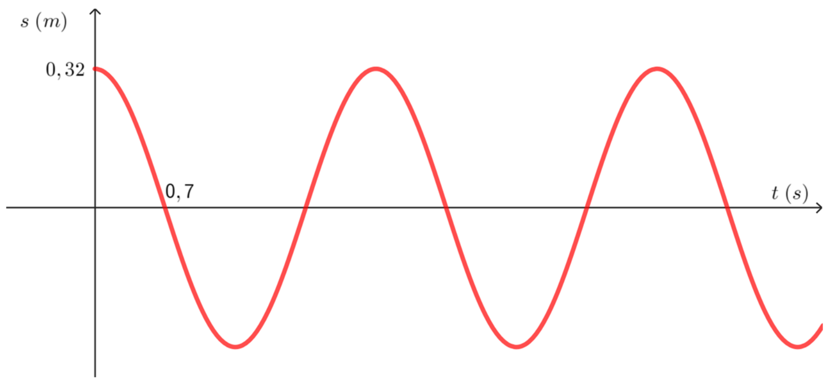
$$v_B' = 2\pi r_B f_B' = 2\pi r_B \frac{120}{100}f_B = \frac{120}{100}2\pi r_B f_B = \frac{120}{100}v_B$$

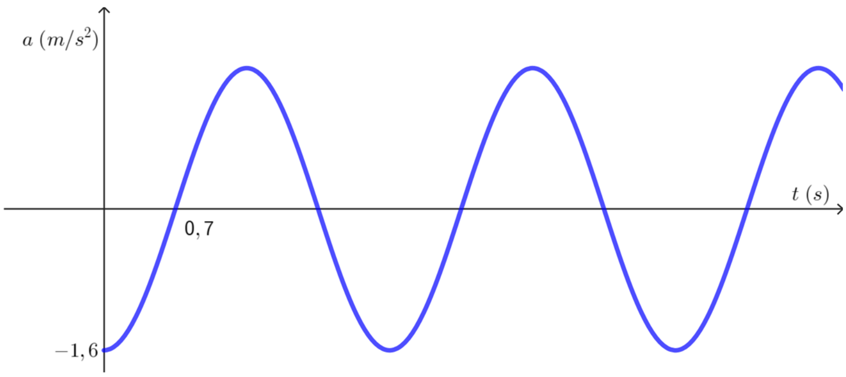
$$\frac{v_A' - v_A}{v_A} = \frac{v_B' - v_B}{v_B} = \frac{\frac{120}{100}v_B - v_B}{v_B} = \frac{v_B\left(\frac{120}{100} - 1\right)}{v_B} = \frac{120}{100} - 1 = \frac{120 - 100}{100} = \mathbf{20\%}$$

6. Carlo si diverte ad andare sull'altalena. Quando il Sole è esattamente sulla verticale rispetto all'altalena, Carlo proietta un'ombra sul terreno, che si muove approssimativamente di moto armonico. L'ombra di Carlo impiega $2{,}8\ s$ a compiere una oscillazione completa avanti e indietro, percorrendo due volte la distanza di $64\ cm$.
   A. Determina i parametri caratteristici del moto dell'ombra di Carlo: ampiezza, periodo, frequenza, pulsazione.
   B. Disegna il grafico spazio-tempo e il grafico accelerazione-tempo del moto dell'ombra di Carlo, a partire dall'istante in cui Carlo è nel punto più a destra dell'oscillazione.
   C. Disegna il grafico velocità-tempo del moto dell'ombra di Carlo.

A. Ampiezza: $A = \mathbf{0,32\ m}$; Periodo $T = \mathbf{2,8\ s}$; Frequenza: $f = \frac{1}{T} = \mathbf{0,36\ Hz}$; Pulsazione: $\omega = \frac{2\pi}{T} = \mathbf{2,2\ rad/s}$.

B. Calcolo l'accelerazione massima per rappresentare il grafico accelerazione-tempo: $a_c = A\omega^2 = 1{,}6\ m/s^2$





C. $v_{max} = A\omega = \mathbf{0,72\ m/s}$