Scegli **due** delle seguenti equazioni:

1. $$\left(-\frac{1}{3}x+1\right)\left(\frac{3}{5}x-\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{5}x\left(\frac{23}{6}-x\right)$$

$$-\frac{1}{5}x^2+\frac{1}{6}x+\frac{3}{5}x-\frac{1}{2}=\frac{23}{30}x-\frac{1}{5}x^2 \qquad \frac{5+18-23}{30}x=\frac{1}{2} \qquad 0x=\frac{1}{2} \qquad \boldsymbol{\nexists x\in\mathbb{R}}$$

2. $$\left(1-\frac{2x+3}{3}\right)^2-\left(\frac{2}{3}x-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{x+3}{6}$$

$$\left(\frac{3-2x-3}{3}\right)^2-\left(\frac{4}{9}x^2-2x+\frac{9}{4}\right)=\frac{x+3}{6} \qquad \left(-\frac{2x}{3}\right)^2-\frac{4}{9}x^2+2x-\frac{9}{4}=\frac{x+3}{6}$$

$$\frac{4}{9}x^2-\frac{4}{9}x^2+2x-\frac{9}{4}=\frac{x+3}{6} \qquad 24x-27=2x+6 \qquad 22x=33 \qquad \boldsymbol{x=\frac{3}{2}}$$

3. $$\left(x-\frac{1}{3}\right)^2-x\left(x-\frac{2}{3}\right)=\frac{1}{9}$$

$$x^2-\frac{2}{3}x+\frac{1}{9}-x^2+\frac{2}{3}x=\frac{1}{9} \qquad 0x=0 \qquad \boldsymbol{\forall x\in\mathbb{R}}$$

Svolgi le seguenti equazioni frazionarie e letterali:

4. $$\frac{2-\dfrac{x+1}{x+3}}{2-\dfrac{x-1}{x+3}}=\frac{1}{2}$$

$$\frac{2x+6-x-1}{x+3}:\frac{2x+6-x+1}{x+3}=\frac{1}{2} \qquad \frac{x+5}{x+3}\cdot\frac{x+3}{x+7}=\frac{1}{2} \qquad C.A.:\begin{cases}x\neq-3\\x\neq-7\end{cases}$$

$$\frac{x+5}{x+7}=\frac{1}{2} \qquad 2x+10=x+7 \qquad x=-3 \qquad non\ accettabile\ per\ C.A. \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\nexists x\in\mathbb{R}}$$

5. $$\left(\frac{1}{x+4}-\frac{1}{5}\right):\left(\frac{1}{x-4}+\frac{1}{3}\right)=1$$

$$\frac{5-x-4}{5(x+4)}:\frac{3+x-4}{3(x-4)}=1 \qquad \frac{1-x}{5(x+4)}:\frac{-(1-x)}{3(x-4)}=1 \qquad C.A.:\begin{cases}x\neq\pm4\\x\neq1\end{cases}$$

$$\frac{1-x}{5(x+4)}\cdot\frac{3(x-4)}{-(1-x)}=1 \qquad -\frac{3x-12}{5x+20}=1 \qquad -3x+12=5x+20 \qquad 8x=-8 \qquad \boldsymbol{x=-1\ acc.}$$

6. $$(ax-1)^2=ax(ax-1)$$

$$a^2x^2-2ax+1=a^2x^2-ax \qquad ax=1$$

$Se\ a=0$: $\boldsymbol{\nexists x\in\mathbb{R}}$

$Se\ a\neq0$: $\boldsymbol{x=\frac{1}{a}}$

7. $(a-2)\,x = a+b-3$

$Se\ a=2$: $0x = b-1$ $\quad Se\ b=1$: $\forall \boldsymbol{x} \in \mathbb{R}$ $\quad Se\ b \neq 1$: $\nexists \boldsymbol{x} \in \mathbb{R}$

$Se\ a \neq 2$: $\boldsymbol{x = \frac{a+b-3}{a-2}}$

Risolvi i seguenti problemi impostando un'equazione:

8. Trova due numeri, sapendo che il primo è il triplo del secondo e che la loro somma è 96.

Indico il secondo numero con x e il primo, che è il triplo del secondo, con $3x$. Pongo la loro somma uguale a 96:

$$x+3x=96 \qquad 4x=96 \qquad x=24 \qquad \boldsymbol{N_1=72;\, N_2=24}$$

9. Scegli **uno** dei seguenti quesiti:

A. Togliendo 10 da un numero e aggiungendo poi 10 alla metà della differenza così trovata, si ottengono i $\frac{3}{5}$ del numero stesso. Qual è il numero?

Indico il numero da determinare con x. L'equazione diventa:

$$\frac{x-10}{2}+10=\frac{3}{5}x \qquad \frac{x-10+20}{2}=\frac{3}{5}x \qquad 5x+50=6x \qquad x=\boldsymbol{50}$$

B. Se dal prodotto di un numero per il suo successivo si sottrae il prodotto dello stesso numero per il suo precedente, si ottiene 46. Qual è il numero?

Indico con x il numero da determinare, con $x+1$ il suo successivo e con $x-1$ il suo precedente. L'equazione diventa:

$$x(x+1)-x(x-1)=46 \qquad x^2+x-x^2+x=46 \qquad 2x=46 \qquad x=\boldsymbol{23}$$

10. Scegli **uno** dei seguenti quesiti:

A. Dividendo un numero per un altro si ottiene per quoziente 3 e per resto 2. Determina i due numeri, sapendo che il maggiore supera di 7 il doppio del minore.

Indichiamo con $N_1=x$ il minore e con $N_2=7+2x$ il maggiore, visto che il maggiore supera di 7 il doppio del minore.
Per la seconda condizione, N_2 è il dividendo, N_1 è il divisore, 3 il quoziente Q e 2 il resto R. Sappiamo che tra i quattro numeri sussiste la relazione:

$$N_2=N_1Q+R \qquad 7+2x=3x+2 \qquad x=5 \qquad \boldsymbol{N_1=5 \quad N_2=17}$$

B. Determina un numero di due cifre, sapendo che la cifra delle unità supera di 5 quella delle decine e che, scambiando le cifre, si ottengono 8/3 del numero dato.

Indico il numero con $N=10x+y$ e, sapendo che la cifra delle unità supera di 5 quella delle decine, ovvero $y=5+x$, ottengo $N=10x+x+5=11x+5$. Il numero con le cifre scambiate è $\overline{N}=10y+x$ e, ricordando la relazione tra le due cifre, ottengo: $\overline{N}=10(x+5)+x=11x+50$. Quindi, sapendo che il nuovo numero, ottenuto scambiando le cifre, è pari a 8/3 del numero di partenza, ottengo l'equazione:

$$\overline{N}=\frac{8}{3}N \qquad 11x+50=\frac{8}{3}(11x+5) \qquad 33x+150=88x+40 \qquad 55x=110 \qquad x=2$$

Il numero richiesto è, quindi: $\boldsymbol{N=27}$.