1. Due piccole sfere conduttrici identiche A e B hanno carica uguale rispettivamente a 4q e q e si respingono alla distanza x con la forza F. Una terza sfera conduttrice C, identica alle precedenti, viene portata a contatto prima con A e poi con B. Se ora è F' la forza di repulsione fra A e B alla distanza x, qual è il rapporto F/F'? Calcola, inoltre, il rapporto fra le forze con le quali si respingono B e C rispettivamente dopo il primo e il secondo contatto, a parità di distanza.

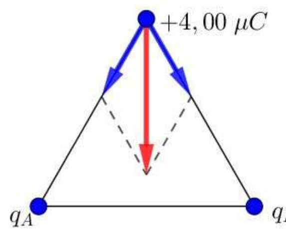
Mettendo a contatto la carica A e la carica C, entrambe si ritrovano con una carica 2q. Mettendo a contatto la carica B e la carica C (che ora ha carica 2q) ottengo, per entrambe, una carica di 3/2 q. Determiniamo quindi il rapporto tra le forze:

$$\frac{F}{F'} = \frac{k_o \dfrac{q \cdot 4q}{x^2}}{k_o \dfrac{\frac{3}{2}q \cdot 2q}{x^2}} = \mathbf{\frac{4}{3}} \qquad \frac{F_{BC}}{F'_{BC}} = \frac{k_o \dfrac{q \cdot 2q}{x^2}}{k_o \dfrac{\frac{3}{2}q \cdot \frac{3}{2}q}{x^2}} = \mathbf{\frac{8}{9}}$$

2. La figura mostra un triangolo equilatero di lato 2,00 cm. In ogni vertice è posta una carica puntiforme. La carica di $4{,}00\ \mu C$ subisce una forza totale causata dalle cariche q_A e q_B. Questa forza è diretta verso il basso e ha un'intensità di 405 N. Determina le cariche q_A e q_B.

$$q = 4{,}00\ \mu C \qquad F = 405\ N \qquad l = 2{,}00\ cm \qquad q_A?\ q_B?$$

Siccome la forza totale causata dalle due cariche è diretta verso il basso, possiamo dedurre che **le due cariche sono uguali** (e quindi determinano due forze uguali che, sommate tramite la regola del parallelogramma determinano come risultante una forza diretta verso il basso) e sono **entrambe negative** (se fossero positive, la forza risultante sarebbe diretta verso l'alto). Possiamo ora determinare la forza totale che agisce sulla carica di 4,00 μC, proiettando le due forze sull'altezza del triangolo:



$$F = 2k_o \frac{|q_A|q}{l^2}\cos 30° = \sqrt{3}\, k_o \frac{|q_A|q}{l^2}$$

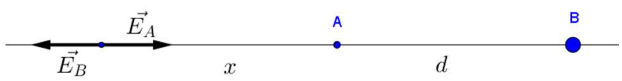
E possiamo a questo punto determinare le cariche:

$$q_A = q_B = -\frac{Fl^2}{\sqrt{3}\, k_o q} = \mathbf{-2,6\ \mu C}$$

3. Due cariche di $-16\ \mu C$ e $+4{,}0\ \mu C$ distano $3{,}0\ m$. In quale punto lungo la retta che unisce le due cariche il campo elettrico è zero? Individua questo punto rispetto alla carica positiva e motiva il tuo ragionamento.

$$q_B = -16\ \mu C \qquad q_A = 4{,}0\ \mu C \qquad d = 3{,}0\ m \qquad x?$$

Notiamo innanzi tutto che $|q_B| = 4\ |q_A|$. Dato che le due cariche hanno segno opposto, il campo elettrico non sarà nullo in un punto tra le due cariche, perché in quel segmento, i due vettori sono paralleli ed equiversi. Il campo elettrico sarà nullo o a sinistra della carica A o a destra della carica B. Il secondo caso non è possibile, perché a destra della carica B, il campo generato da B sarà sempre maggiore, in modulo, del campo generato da A, vito che il campo generato da B ha il numeratore maggiore del campo generato da A, ma denominatore minore. Supponiamo quindi che il punto in questione si trovi a distanza x dalla carica q_A e $d +\ x$ dalla carica q_B.
Poniamo quindi uguali i due vettori in modulo:



$$E_A = E_B \qquad k_o \frac{Q}{x^2} = k_o \frac{4Q}{(d+x)^2} \qquad (d+x)^2 = 4x^2 \qquad d + x = 2x \qquad x = \mathbf{d}$$

Il punto in cui il campo elettrico è nullo si trova a una distanza pari a $d = 3{,}0\ m$ dalla carica di modulo $4{,}0\ \mu C$.

4. Una particella di carica $12\ \mu C$ e massa $3{,}8 \cdot 10^{-5}\ kg$ è lasciata libera di muoversi in una regione nella quale è presente un campo elettrico uniforme di 480 N/C. Qual è lo spostamento della particella dopo un tempo di $1{,}6 \cdot 10^{-2}\ s$, per effetto della forza elettrica?

$$q = 12\ \mu C \qquad m = 3{,}8 \cdot 10^{-5}\ kg \qquad E = 480\ N/C \qquad t = 1{,}6 \cdot 10^{-2}\ s \qquad s?$$

La forza elettrica è data dal prodotto tra campo elettrico e carica, ma, per il secondo principio della dinamica, è data anche dal prodotto tra massa e accelerazione. Ricordando inoltre, dalla legge oraria del moto uniforme accelerato della cinematica, che $s = \frac{1}{2}at^2$, otteniamo:

$$\begin{cases} F = Eq \\ F = ma \\ s = \frac{1}{2}at^2 \end{cases} \qquad \begin{cases} Eq = ma \\ a = \frac{2s}{t^2} \end{cases} \qquad Eq = \frac{2ms}{t^2} \qquad s = \frac{Eqt^2}{2m} = \mathbf{1{,}9 \cdot 10^{-2}\ m}$$

5. Tre cariche puntiformi sono disposte nei vertici di un triangolo rettangolo isoscele di lato a. Esegui una rappresentazione grafica in scala dei campi elettrici generati dalle singole cariche in P, punto medio dell'ipotenusa. Determina quindi in modulo, direzione e verso il campo elettrico risultante in P.

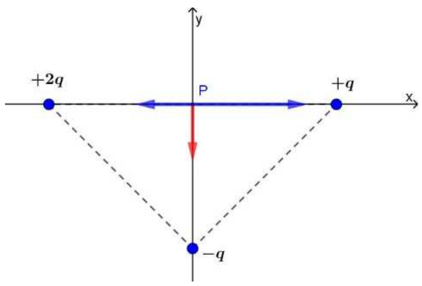


Figura 1

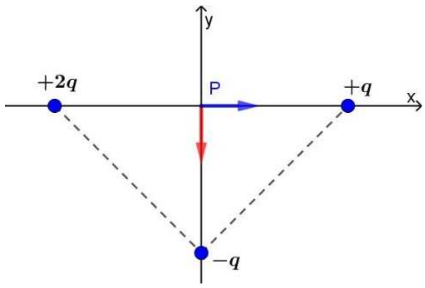
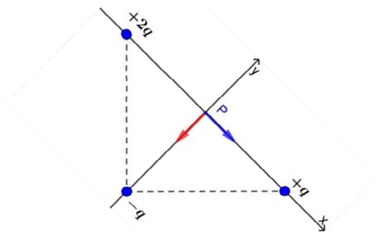


Figura 2



Riporto il triangolo indicato riferendolo ad un piano cartesiano (figura 1). Sommo prima i due campi elettrici (indicati in blu) dovuti alle cariche positive: questi, avendo la stessa direzione ma verso opposto, determinano come risultante un campo elettrico diretto verso la carica +q (figura 2). Sommando i due campi (indicati in rosso e in blu), che sono uguali in modulo, ottengo un vettore inclinato di 45° rispetto all'asse x, ovvero parallelo alla congiungente le due cariche – q e 2q e, riportando il triangolo alla posizione iniziale, troviamo che il campo elettrico è orientato **verso il basso**. Procediamo, quindi, tramite il teorema di Pitagora, a determinarne il modulo:

$$E = \sqrt{\left(k_o \frac{|q|}{\left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)^2}\right)^2 + \left(k_o \frac{|q|}{\left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)^2}\right)^2} = \mathbf{2\sqrt{2}\ k_o \frac{|q|}{a^2}}$$

6. Nei pressi della superficie di una sfera di metallo di raggio 25 cm, il campo elettrico è $9{,}6 \cdot 10^3\ N/C$. Calcola:
   A. l'intensità del campo elettrico a 75 cm dalla superficie della sfera;
   B. la densità superficiale di carica sulla sfera;
   C. la carica totale sulla sfera.

$$R = 25\ cm \qquad E = 9{,}6 \cdot 10^3\ N/C \qquad r = 75\ cm \qquad E_{r+R}? \qquad \sigma? \qquad Q?$$

A. Il campo elettrico a una distanza dal centro della sfera maggiore del raggio è dato da $E_r = k_o \frac{Q}{r^2}$, perciò, sapendo che $E = k_o \frac{Q}{R^2} = 9{,}6 \cdot 10^3\ N/C$ otteniamo: $E_r = E\frac{R^2}{r^2} = \mathbf{1{,}1\ kN/C}$.

B. Ricordando che l'area della sfera è $4\pi R^2$: $\begin{cases} E = k_o \frac{Q}{R^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{Q}{R^2} \\ \sigma = \frac{Q}{4\pi R^2} \end{cases}$ $\qquad E = \frac{1}{\varepsilon_o}\sigma \qquad \sigma = E\varepsilon_o = \mathbf{8{,}5 \cdot 10^{-8}\ C/m^2}$

C. Possiamo quindi determinare la carica: $E = k_o \frac{Q}{R^2} \qquad Q = \frac{R^2 E}{k_o} = \mathbf{6{,}7 \cdot 10^{-8}\ C}$