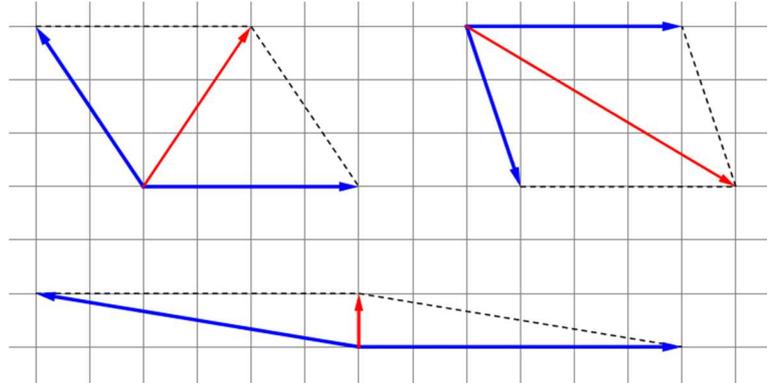


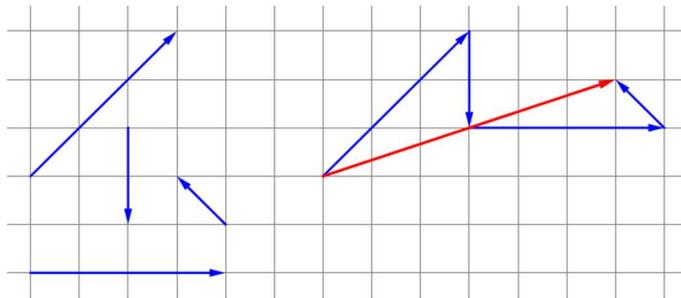
1. Date le tre coppie di vettori, disegna in ciascuno dei tre casi il vettore somma. Secondo te quale dovrebbe essere l'angolo tra i due vettori affinché il modulo del vettore somma sia massimo? Motiva la tua risposta.

Perché la somma di due vettori dia il valore massimo, l'angolo formato dai due vettori deve essere di  $0^\circ$ , ovvero i due vettori devono avere la stessa direzione e lo stesso verso e in questo modo la somma è data dalla somma dei due moduli, quindi il massimo possibile.



2. Determina graficamente la somma dei tre vettori rappresentati in figura, con il metodo che preferisci.

Applicando il metodo punta-coda:



3. Dati i vettori  $\vec{a}$  (4; -2) e  $\vec{b}$  (3; 1), determina:

$$\vec{a} - 2\vec{b} = (4; -2) - 2(3; 1) = (4; -2) - (6; 2) = (4 - 6; -2 - 2) = (-2; -4)$$

$$2\vec{a} + 3\vec{b} = 2(4; -2) + 3(3; 1) = (8; -4) + (9; 3) = (8 + 9; -4 + 3) = (17; -1)$$

4. Completa la tabella nell'ipotesi che forze e allungamenti soddisfino la legge di Hooke.

Forza applicata (N)	50			300
Allungamento (m)	0,1	0,5	0,3	

Quanto vale la costante elastica?

Forza applicata (N)	50	250	150	300
Allungamento (m)	0,1	0,5	0,3	0,6

Per determinare la costante elastica, divido la forza applicata per l'allungamento noto e ottengo: **500 N/m**. A questo punto, moltiplicando ogni allungamento per la costante, ottengo la forza, oppure dividendo la forza per la costante, ottengo l'allungamento. Oppure, sfruttando il fatto che forza applicata e allungamento sono direttamente proporzionali, rifletto sul fatto che se raddoppio la forza, raddoppio anche l'allungamento e così triplicando o quadruplicando...

5. Una molla ha una costante elastica pari a 20 N/m. La sua lunghezza a riposo è di 16 cm. Se la lunghezza finale della molla è di 30 cm, qual è la forza che la sollecita?

$$k = 20 \text{ N/m} \quad L_o = 16 \text{ cm} \quad L_1 = 30 \text{ cm} \quad F?$$

Determino innanzi tutto l'allungamento:

$$x = L_1 - L_o = 14 \text{ cm}$$

Partendo dalla legge di Hooke, posso determinare la forza applicata:

$$F = kx = \mathbf{2,8 \text{ N}}$$

6. Per spostare un corpo su una superficie orizzontale con strisciamento, gli si applica da fermo una forza parallela alla superficie pari a 1,75 N. calcola il coefficiente d'attrito statico, nel caso in cui la forza peso che agisce sul corpo equivalga a 35 N.

$$F_a = 1,75 \text{ N} \quad P = 35 \text{ N} \quad \mu?$$

Applicando la definizione di forza d'attrito:

$$F_a = \mu P \quad \Rightarrow \quad \mu = \frac{F_a}{P} = \mathbf{0,050}$$

7. Lo scivolo di un parco per bambini è alto 1,6 m e lungo 2,9 m. Un bambino di 22 kg si tiene fermo su di esso. Calcola la forza di attrito che agisce tra il bambino e lo scivolo, sapendo che il coefficiente di attrito è 0,25.

$$h = 1,6 \text{ m} \quad L = 2,9 \text{ m} \quad m = 22 \text{ kg} \quad \mu = 0,25 \quad F_a?$$

Conoscendo la massa del bambino, posso determinare la forza di attrito, che è il prodotto del coefficiente d'attrito per la forza premente, ovvero la componente della forza peso perpendicolare al piano. Ricostruiamo il valore della componente della forza peso perpendicolare al piano in funzione della forza peso, partendo sulla similitudine dei triangoli rappresentati a lato ABC e A'B'C', dovuta al fatto che gli angoli in C e C' sono congruenti perché hanno per lati semirette parallele e discordi, gli angoli B e B' sono congruenti perché retti e gli angoli A e A' lo sono per differenza, visto che la somma degli angoli interni di un triangolo è 180°. Essendo i due triangoli simili, i loro lati sono in proporzione:

$$AC:AB = A'C':A'B'$$

ovvero:

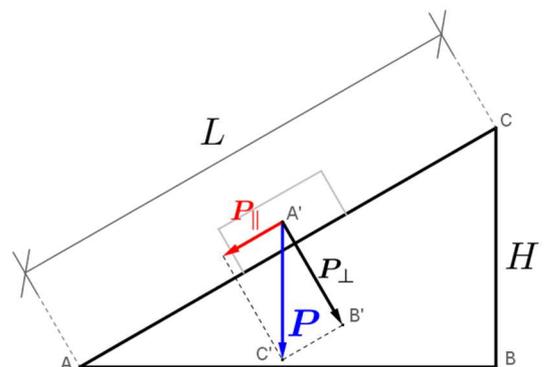
$$L:d = P:P_{\perp}$$

Lavorando alla formula otteniamo:

$$P_{\perp} = \frac{d}{L} P = \frac{d}{L} mg$$

Applicando il teorema di Pitagora al triangolo ABC, posso determinare la lunghezza d del cateto AB:  $P_{\perp} = \frac{d}{L} mg = \frac{\sqrt{L^2 - h^2}}{L} mg$

E quindi otteniamo la forza di attrito:  $F_a = \mu P_{\perp} = \mu \frac{\sqrt{L^2 - h^2}}{L} mg = \mathbf{45 \text{ N}}$



8. Un muratore tiene in equilibrio una carriola su un piano inclinato. Egli esercita una forza di 200 N parallela al piano. Il piano inclinato è lungo 4,0 m e alto 2,0 m. L'attrito fra le ruote della carriola e la superficie del piano è trascurabile. Quanto pesa la carriola?

$$F = 200 \text{ N} \quad L = 4,0 \text{ m} \quad h = 2,0 \text{ m} \quad P?$$

La forza esercitata dal muratore è pari alla componente della forza peso parallela al piano. Per quanto detto nel problema precedente, otteniamo la proporzione:

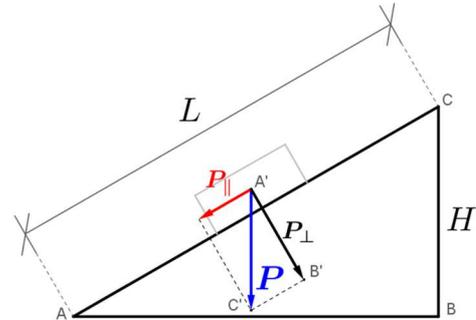
$$AC:BC = A'C':B'C'$$

ovvero:

$$L:h = P:P_{\parallel}$$

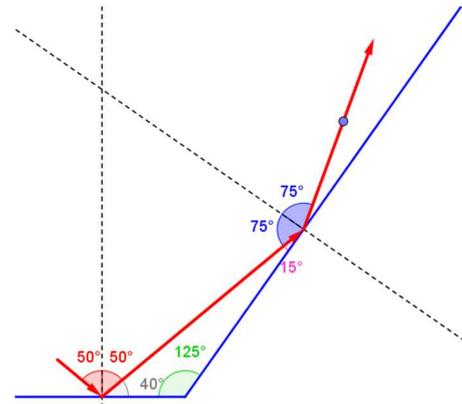
Lavorando alla formula otteniamo:

$$P = \frac{L}{h} P_{\parallel} = \frac{L}{h} F = \mathbf{400 \text{ N}}$$



9. Due specchi piani formano tra loro un angolo di  $125^\circ$ . Giovanni colpisce con un laser il primo specchio con un angolo di  $50^\circ$ , Francesco si trova a  $75^\circ$  rispetto alla perpendicolare al secondo specchio. Il laser colpisce Francesco?

Come si evince dal disegno a lato, il raggio laser colpisce Francesco. Infatti, il raggio laser di Giovanni colpisce il primo specchio con un angolo di  $50^\circ$  e, per la legge della riflessione, genera un angolo riflesso di pari ampiezza. Il suo complementare è di  $40^\circ$ , perciò l'angolo che il raggio riflesso realizza con lo specchio successivo è di  $15^\circ$  (dato che la somma degli angoli interni di un triangolo è  $180^\circ$  e  $180^\circ - 40^\circ - 125^\circ = 15^\circ$ ). Di conseguenza, il suo complementare, cioè l'angolo che il raggio incidente forma con la normale allo specchio, è di  $75^\circ$  e, sempre per la legge di riflessione, l'angolo di riflessione è  $75^\circ$ . Il laser colpisce Francesco, quindi, perché l'angolo che la posizione di Francesco forma con la normale è, appunto, di  $75^\circ$ .



10. Le sezioni dei pistoni di un torchio idraulico hanno un rapporto di 4 : 1. Vuoi usare il torchio per sollevare un'auto che pesa 20 000 N. Quale forza minima devi essere in grado di esercitare?

$$S_1:S_2 = 4 : 1 \quad F_1 = 20\,000 \text{ N} \quad F_2?$$

Nel torchio idraulico, la pressione agente su entrambe le superfici è uguale, perciò:

$$p_1 = p_2 \Rightarrow \frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2} \Rightarrow F_2 = F_1 \frac{S_2}{S_1}$$

Siccome la relazione dei dati si può riscrivere in modo da trovare il rapporto tra la superficie minore e quella maggiore:

$$S_1:S_2 = 4 : 1 \Rightarrow \frac{S_1}{S_2} = 4 \Rightarrow \frac{S_2}{S_1} = \frac{1}{4}$$

Perciò:

$$F_2 = F_1 \frac{S_2}{S_1} = \frac{F_1}{4} = \mathbf{5000 \text{ N}}$$

11. Una bottiglia di olio è riempita fino all'altezza di 16 cm e la pressione sul suo fondo dovuta alla forza peso dell'olio vale  $1,2 \cdot 10^3 \text{ Pa}$ . Qual è la densità dell'olio?

$$h = 16 \text{ cm} \quad p = 1,2 \cdot 10^3 \text{ Pa} \quad \rho?$$

Per la legge di Stevino, la pressione sul fondo è data da:

$$p = \rho gh \quad \Rightarrow \quad \rho = \frac{p}{gh} = 7,7 \cdot 10^2 \text{ kg/m}^3$$

12. Una pallina di alluminio (densità  $2,7 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ ) del diametro di 16 mm è immersa in un bicchiere d'acqua. Qual è l'intensità della forza-peso e della spinta di Archimede sulla pallina?

$$\rho_{Al} = 2,7 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3 \quad r = 8,0 \text{ mm} \quad \rho_{acqua} = 1000 \text{ kg/m}^3 \quad P? \quad F_i?$$

Partiamo dalla definizione di forza peso come prodotto di massa per accelerazione di gravità e dalla definizione di densità come rapporto tra massa e volume:

$$P = mg = \rho_{Al} Vg = \rho_{Al} \frac{4}{3} \pi r^3 g = 5,7 \cdot 10^{-2} \text{ N}$$

Considerando che la forza idrostatica è la forza peso dell'acqua spostata dalla pallina di alluminio:

$$F_i = \rho_{Acqua} Vg = \rho_{Acqua} \frac{4}{3} \pi r^3 g = 2,1 \cdot 10^{-2} \text{ N}$$

13. Un iceberg galleggia in mare. La densità dell'acqua è  $1025 \text{ kg/m}^3$  e la parte emersa dell'iceberg è il 10% del volume totale. Qual è la densità del ghiaccio?

$$\rho_a = 1025 \text{ kg/m}^3 \quad V_e = 10\% V \quad \rho_g?$$

La forza idrostatica, dovuta al peso del liquido spostato dal volume immerso, è pari al peso dell'iceberg:

$$P = F_i \quad \Rightarrow \quad m_g g = m_a g \quad \Rightarrow \quad \rho_g V = \rho_a V_i \quad \Rightarrow \quad \rho_g V = \rho_a (V - V_e) \quad \Rightarrow$$

$$\rho_g = \rho_a \frac{V - V_e}{V} = \rho_a \frac{90}{100} = \frac{9}{10} \rho_a = 9,2 \cdot 10^2 \text{ kg/m}^3$$