

1. Calcola le seguenti probabilità, riportando il risultato nel riquadro corrispondente:

A. In una scatola con 12 cartoncini numerati da 1 a 12. Calcola la probabilità di estrarre un cartoncino con un numero maggiore di 2	$\frac{5}{6}$
B. Da un mazzo di carte napoletane da 40 carte viene estratta una carta. Calcola la probabilità di estrarre l'asso di denari.	$\frac{1}{40}$
C. Calcola la probabilità che, lanciando un dado a sei facce, esca un numero multiplo di 2.	$\frac{1}{2}$
D. Un'urna contiene 30 gettoni: 1/3 sono rossi, 12 sono gialli e i rimanenti verdi. Calcola la probabilità di pescare un gettone verde.	$\frac{4}{15}$
E. In un'urna sono contenute 90 palline numerate da 1 a 90. Calcola la probabilità di estrarre un numero dispari.	$\frac{1}{2}$
F. In un'urna sono contenute 90 palline numerate; quelle con i numeri da 1 a 45 sono bianche, quelle con i numeri da 46 a 90 sono rosse. Calcola la probabilità che estraendo una pallina, questa sia rossa e con un numero dispari.	$\frac{11}{45}$

2. Un'urna contiene un certo numero di biglie: tra di esse, 80 sono rosse, 24 sono bianche e le restanti sono blu. Se la probabilità di estrarre una biglia blu è  $\frac{1}{5}$ , quante biglie blu ci sono nell'urna?

Indico con  $x$  il numero delle biglie blu. Sapendo che la probabilità si calcola facendo il rapporto tra il numero dei casi favorevoli e il numero dei casi possibili, visto che il numero totale delle biglie è  $104 + x$ , e visto che la probabilità di estrarre una biglia blu è  $\frac{1}{5}$ , ottengo:

$$\frac{x}{104 + x} = \frac{1}{5} \quad 5x = 104 + x \quad 4x = 104 \quad x = 26$$

Le biglie blu sono **26**.

3. Su uno scaffale sono posati 12 libri gialli, 20 romanzi e 14 fumetti. Prendendo un libro a caso, qual è la probabilità di prendere un giallo o un fumetto?

$$p(G) = \frac{12}{46} \quad p(R) = \frac{20}{46} \quad p(F) = \frac{14}{46}$$

Per il teorema della somma logica per eventi incompatibili:

$$p(G \cup F) = p(G) + p(F) = \frac{12}{46} + \frac{14}{46} = \frac{26}{46} = \frac{13}{23}$$

Oppure, usando la probabilità contraria:

$$p(G \cup F) = p(\bar{R}) = 1 - p(R) = 1 - \frac{20}{46} = \frac{13}{23}$$

4. Calcola la probabilità che, lanciando un dado con le facce numerate da 1 a 90, si verifichi almeno uno dei seguenti eventi:  $E_1$  = «numero dispari»,  $E_2$  = «numero multiplo di 3».

In questo caso, si tratta di applicare il teorema della somma logica per eventi compatibili, perché ci sono numeri, multipli di 3, che non sono dispari, ovvero i multipli di 6 minori di 90, che sono in totale 15, perciò:

$$p(E_1 \cup E_2) = p(E_1) + p(E_2) - p(E_1 \cap E_2) = \frac{45}{90} + \frac{30}{90} - \frac{15}{90} = \frac{60}{90} = \frac{2}{3}$$

5. Due macchine indipendenti compiono lo stesso tipo di lavorazione. La probabilità che la prima si guasti è del 2% e la probabilità che si guasti la seconda è del 3%. Calcola la probabilità che:
- entrambe le macchine siano guaste;
  - sia guasta la prima e non la seconda;
  - almeno una sia guasta;
  - nessuna delle due sia guasta.

Tengo presente, nel calcolo delle probabilità, che le due macchine, che indico con A e B, sono indipendenti.

- A. Applico la probabilità del prodotto logico per eventi indipendenti:  $p(A \cap B) = p(A) \cdot p(B) = \frac{2}{100} \cdot \frac{3}{100} = \mathbf{0,06\%}$
- B. Applico la probabilità del prodotto logico per eventi indipendenti e la probabilità contraria:

$$p(A \cap \bar{B}) = p(A) \cdot p(\bar{B}) = p(A) \cdot (1 - p(B)) = \frac{2}{100} \cdot \frac{97}{100} = \mathbf{1,94\%}$$

- C. Applico la probabilità della somma logica per eventi compatibili:

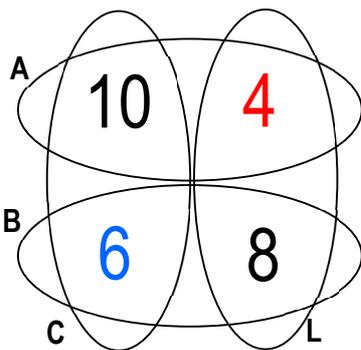
$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = \frac{2}{100} + \frac{3}{100} - \frac{0,06}{100} = \mathbf{4,94\%}$$

- D. La probabilità di questo evento è la probabilità contraria della precedente:  $p(\bar{A} \cap \bar{B}) = p(\overline{A \cup B}) = 1 - p(A \cup B) = \mathbf{95,06\%}$

6. Un cesto contiene 7 castagne, 5 noci e 8 nocciole. Qual è la probabilità che, prelevandone tre, senza rimetterle nel cesto, le prime due siano castagne e la terza sia una nocciola?

Si tratta di un'applicazione del teorema del prodotto logico per eventi dipendenti:  $p = \frac{7}{20} \cdot \frac{6}{19} \cdot \frac{8}{18} = \frac{\mathbf{14}}{\mathbf{285}}$

7. Un cassetto contiene 28 magliette polo: 10 azzurre a manica corta, 6 bianche a manica corta, 4 azzurre a manica lunga e 8 bianche a manica lunga.
- Calcola la probabilità che, estraendone una a caso, sia azzurra o a manica corta
  - Sapendo che hai estratto una maglietta a maniche corte, qual è la probabilità che sia azzurra?



- A. Si tratta di un'applicazione della somma logica per eventi compatibili e, con la rappresentazione a lato, diventa tutto più facile:

$$p(A \cup C) = p(A) + p(C) - p(A \cap C) = \frac{14}{28} + \frac{16}{28} - \frac{10}{28} = \frac{\mathbf{5}}{\mathbf{7}}$$

- B. Si tratta di un'applicazione della probabilità condizionata:

$$p(A|C) = \frac{p(A \cap C)}{p(C)} = \frac{\frac{10}{28}}{\frac{16}{28}} = \frac{10}{16} = \frac{\mathbf{5}}{\mathbf{8}}$$

8. Si ha un mazzo di 40 carte. Vengono estratte tre carte con reimmissione. Calcola la probabilità che almeno una carta sia un asso.
- In questo caso, è più semplice applicare la probabilità contraria, visto che è più rapido calcolare la probabilità che nessuna delle carte estratte sia un asso:

$$1 - \frac{36}{40} \cdot \frac{36}{40} \cdot \frac{36}{40} = 1 - \frac{9}{10} \cdot \frac{9}{10} \cdot \frac{9}{10} = \frac{1000 - 729}{1000} = \frac{271}{1000} = \mathbf{27,1\%}$$

9. Una riga del triangolo di Tartaglia contiene 20 numeri. Scegliendo a caso uno di questi numeri, qual è la probabilità che sia minore di 20?

La ventesima riga del triangolo di Tartaglia corrisponde alla potenza diciannovesima, che avrà quattro coefficienti dati da due 1 e due 19. Gli altri sono sicuramente maggiori di 20, quindi la probabilità è data da:  $\frac{4}{20} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{5}}$