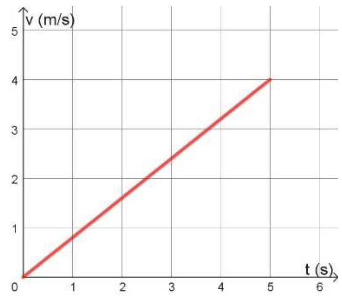
1. Su un oggetto di massa 3,0 kg agiscono due forze: $\vec{F}_1 = (4{,}0\ N)\ \hat{x}$ e $\vec{F}_2 = (5{,}0\ N)\ \hat{x} + (3{,}0\ N)\ \hat{y}$. Calcola il vettore accelerazione dell'oggetto e il suo modulo.

$$m = 3{,}0\ kg \qquad \vec{F}_1 = (4{,}0\ N)\ \hat{x} \qquad \vec{F}_2 = (5{,}0\ N)\ \hat{x} + (3{,}0\ N)\ \hat{y} \qquad \vec{a}? \qquad a?$$

Comincio con il sommare le due forze agenti sull'oggetto: $\vec{F} = (9{,}0\ N)\ \hat{x} + (3{,}0\ N)\ \hat{y}$ e posso quindi determinare l'accelerazione dell'oggetto applicando il **secondo principio della dinamica**: $\vec{F} = m\vec{a}$ perciò: $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = (3{,}0\ m/s^2)\hat{x} + (1{,}0\ m/s^2)\ \hat{y}$. A questo punto è facile determinare il modulo dell'accelerazione:

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \mathbf{3{,}2\ m/s^2}$$

2. La figura 1 mostra il grafico velocità-tempo di un oggetto che scende lungo un piano inclinato. La velocità è espressa in valore assoluto. Determina l'angolo di inclinazione del piano inclinato nell'ipotesi che l'attrito sia trascurabile.

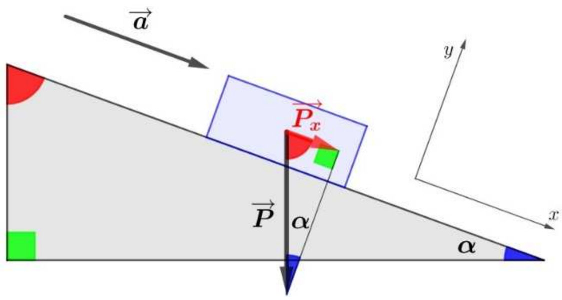


Dal grafico possiamo facilmente ricavare l'accelerazione, data dal coefficiente angolare della retta rappresentata:

$$v_o = 0\ m/s \qquad v_1 = 4\ m/s \qquad t_o = 0\ s \qquad t_1 = 5\ s$$

$$a = \frac{v_1 - v_o}{t_1 - t_o} = \frac{v_1}{t_1}$$

A questo punto, rappresento un piano cartesiano che ha l'asse delle ascisse parallelo al piano e l'asse delle ordinate perpendicolare.



L'accelerazione è parallela al piano ed è determinata dalla componente della forza peso parallela al piano, cioè: $P_x = ma$. Scomponendo la forza peso nelle due direzioni parallela e perpendicolare al piano, si viene a creare un secondo triangolo simile a quello rappresentato dal piano inclinato, in quanto entrambi rettangoli e con l'angolo acuto, indicato in rosso, congruente, in quanto formato da semirette parallele e concordi. Per questo motivo: $P_x = P \sin\alpha$.
Posso procedere con i calcoli:

$$P\sin\alpha = ma \quad \Rightarrow \quad mg\sin\alpha = m\frac{v_1}{t_1} \quad \Rightarrow \quad \sin\alpha = \frac{v_1}{gt_1} \quad \Rightarrow \quad \alpha = \sin^{-1}\frac{v_1}{gt_1} = \mathbf{4{,}7°}$$

3. Un'auto percorre una curva di raggio $51\ m$ su una strada pianeggiante. Quando il manto stradale è asciutto, il coefficiente di attrito statico tra gli pneumatici e l'asfalto è $0{,}95$, mentre quando il manto stradale è bagnato, il coefficiente di attrito statico si riduce a $0{,}20$. Calcola la velocità massima che l'auto può avere in curva senza uscire fuori strada nei due casi di strada asciutta e bagnata. Nel percorrere la curva a velocità troppo elevata si rischia di perdere aderenza con la strada. In questo caso, è meglio sterzare verso l'interno della curva o verso l'esterno? Perché?

$$r = 51\ m \qquad \mu_a = 0{,}95 \qquad \mu_b = 0{,}20 \qquad v_a? \qquad v_b?$$

Considero solamente la direzione parallela al terreno, visto che lungo la direzione perpendicolare, le forze agenti (cioè la forza peso e la reazione vincolare) si annullano. Nel caso di una traiettoria circolare, la forza centripeta interviene a mantenere l'auto nella traiettoria ed è, quindi, la forza di attrito. La forza di attrito è data dalla forza premente, cioè la forza peso, moltiplicata per il coefficiente d'attrito, mentre la forza centripeta è data dal prodotto tra la massa e l'accelerazione centripeta: $a_c = v^2/r$. Procedo esplicitando la velocità in funzione dei dati e calcolando i due valori:

$$mg\mu = m\frac{v^2}{r} \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{g\mu r} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{l} v_a = \sqrt{g\mu_a r} = \mathbf{22\ m/s} \\ v_b = \sqrt{g\mu_b r} = \mathbf{10\ m/s} \end{array}$$

Dato che la velocità è direttamente proporzionale alla radice quadrata del raggio, per mantenere l'aderenza, è meglio **sterzare verso l'esterno** della curva.

4. Una molla posta in posizione verticale si allunga di $0{,}18\ m$ quando a un suo estremo è appeso un blocco di piombo di massa $2{,}8\ kg$. La molla viene poi collocata su un piano orizzontale liscio, fissando una sua estremità. Si sostituisce il blocco di piombo con un blocco di legno, si tira il blocco allungando la molla e lo si lascia andare. Si osserva che la frequenza delle oscillazioni della molla è $3{,}0\ Hz$. Calcola la massa del blocco di legno.

$$x = 0{,}18\ m \qquad m_1 = 2{,}8\ kg \qquad f = 3{,}0\ Hz \qquad m_2?$$

Nel caso della molla in posizione verticale, il blocco di piombo è in equilibrio quando la forza peso è uguale ed opposta alla forza elastica, cioè:

$$P = F_e \quad \Rightarrow \quad m_1 g = kx \quad \Rightarrow \quad k = \frac{m_1 g}{x}$$

Quando la molla viene collocata su un piano orizzontale, la forza elastica agisce come una forza di richiamo dato che ha verso opposto allo spostamento:

$$\begin{cases} \vec{F} = -k\vec{x} \\ \vec{F} = m_2\vec{a} \end{cases} \quad \Rightarrow \quad m_2\vec{a} = -k\vec{x} \quad \Rightarrow \quad \vec{a} = -\frac{k}{m_2}\vec{x}$$

Dato che l'accelerazione è direttamente proporzionale allo spostamento, ma di verso opposto, il corpo si muove di moto armonico. In un moto armonico, l'accelerazione è legata alla pulsazione dalla relazione: $\vec{a} = -\omega^2\vec{x}$, perciò:

$$\begin{cases} \omega^2 = \dfrac{k}{m_2} \\ \omega = 2\pi f \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \frac{k}{m_2} = (2\pi f)^2 \quad \Rightarrow \quad m_2 = \frac{k}{(2\pi f)^2}$$

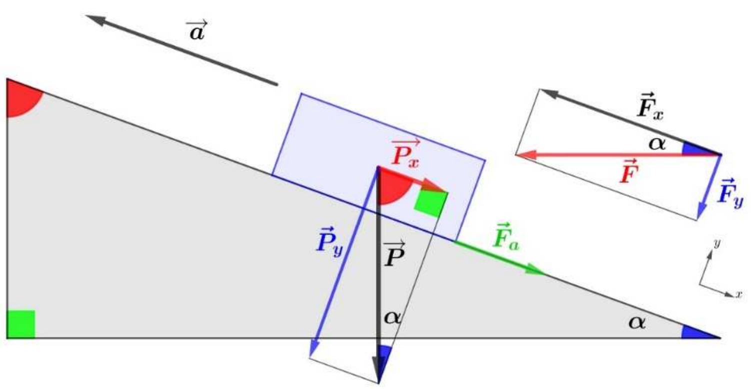
Avendo determinato la costante elastica nella prima parte, è possibile determinare la seconda massa:

$$m_2 = \frac{k}{(2\pi f)^2} = \frac{\frac{m_1 g}{x}}{(2\pi f)^2} = \frac{m_1 g}{(2\pi f)^2 x} = \mathbf{0{,}43\ kg}$$

5. Un blocco di massa $150\ g$ è appoggiato su un piano, inclinato di un angolo di $25°$; una forza di intensità $1{,}4\ N$, applicata in direzione orizzontale, lo spinge contro il piano (figura 2), facendolo salire verso l'alto. Il coefficiente di attrito dinamico tra il blocco e il piano è $0{,}18$. Calcola l'accelerazione del blocco.

$$m = 0{,}150\ kg \qquad F = 1{,}4\ N \qquad \mu = 0{,}18 \qquad \alpha = 25° \qquad a?$$

Considero un piano cartesiano con gli assi paralleli e perpendicolari al piano. Scompongo la forza $\vec{F}$ nelle due direzioni, parallela e perpendicolare al piano, $\vec{F_x}$ e $\vec{F_y}$. Traccio la forza peso e scompongo anche quella, sempre secondo le due direzioni. Traccio il vettore accelerazione, parallelo al piano e rivolto verso l'alto. Considero infine la forza d'attrito, che si oppone al moto e, quindi, è parallela al piano e rivolta verso il basso.



Considerando solo l'asse x, ottengo:

$$P_x + F_a - F_x = -ma \quad (*)$$

Dalla ricostruzione grafica, ricavo:

$$F_x = F\cos\alpha \qquad P_x = P\sin\alpha \qquad F_a = F_\perp \mu = (F_y + P_y)\,\mu = (F\sin\alpha + P\cos\alpha)\,\mu$$

Sostituendo in $(*)$ è facile ottenere l'accelerazione:

$$a = \frac{F_x - P_x - F_a}{m} = \frac{F\cos\alpha - mg\sin\alpha - (F\sin\alpha + mg\cos\alpha)\,\mu}{m} = \mathbf{2{,}0\ m/s^2}$$