1. Un condensatore immagazzina $6{,}0\ \mu C$ di carica sulle armature quando è applicata una differenza di potenziale di $2{,}0\ V$. Raddoppiando la differenza di potenziale si vorrebbe quadruplicare la carica immagazzinata. Quale deve essere il valore di ε_r di un dielettrico che, inserito tra le armature, permette di ottenere questo risultato?

$$Q_1 = 6{,}0\ \mu C \qquad \Delta V_1 = 2{,}0\ V \qquad Q_2 = 4Q_1 \qquad \Delta V_2 = 2\Delta V_1 \qquad \varepsilon_r?$$

Dalla sua definizione, possiamo determinare la capacità del condensatore nel primo caso. $C_1 = \frac{Q_1}{\Delta V_1}$. Nel caso in cui ci sia un dielettrico inserito tra le armature, la capacità iniziale viene moltiplicata per il valore ε_r: $C_2 = \frac{Q_2}{\Delta V_2} = \varepsilon_r C_1$. Sapendo che, nel secondo caso, la carica viene quadruplicata e la differenza di potenziale raddoppiata, la seconda capacità è quindi doppia della prima, visto che la capacità è direttamente proporzionale alla carica e inversamente proporzionale alla differenza di potenziale:

$$\frac{Q_2}{\Delta V_2} = \frac{4Q_1}{2\,\Delta V_1} = 2\frac{Q_1}{\Delta V_1} = 2C_1$$

Otteniamo, quindi, $\boldsymbol{\varepsilon_r = 2}$.

2. Una carica puntiforme $q = 28\ nC$ è posta nell'origine di un sistema di riferimento cartesiano, come mostra la figura 1. Calcola il potenziale elettrico generato dalla carica q nel punto $P(0{,}20\ m; 0{,}40\ m; 0{,}30\ m)$.

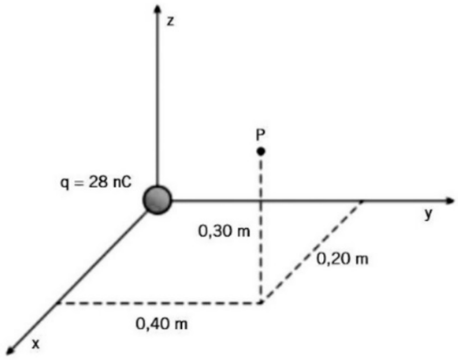
$$q = 28\ nC \qquad x_P = 0{,}20\ m \qquad y_P = 0{,}40\ m \qquad z_P = 0{,}30\ m \qquad V?$$

Sapendo che il potenziale di una carica puntiforme in un punto è dato da: $V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_o \overline{OP}}$, dove $\overline{OP}$ è la distanza del punto P dall'origine, dove è posta la carica, visto che:

$$\overline{OP} = \sqrt{(x_P - x_O)^2 + (y_P - y_O)^2 + (z_P - z_O)^2}$$

otteniamo:

$$V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_o \overline{OP}} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_o\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} = \boldsymbol{4{,}7 \cdot 10^2\ V}$$



3. Un proiettore alogeno da automobile ha una potenza di $51\ W$. Collegato a una batteria da $12\ V$, rimane acceso per $1{,}5\ h$. Determina la quantità di carica che attraversa il circuito elettrico.

$$P = 51\ W \qquad \Delta V = 12\ V \qquad t = 1{,}5\ h \qquad Q?$$

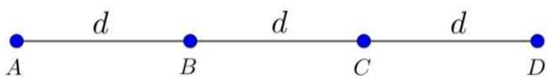
La potenza è data dal rapporto tra energia e tempo e l'energia potenziale è data dal prodotto tra carica e differenza di potenziale, perciò:

$$P = \frac{\Delta U}{t} = \frac{\Delta V\, q}{t} \quad \Rightarrow \quad q = \frac{P\, t}{\Delta V} = \boldsymbol{2{,}3 \cdot 10^4\ C}$$

4. Quattro cariche di $2{,}0\ \mu C$ ciascuna sono trasportate <u>su una retta</u> dall'infinito a distanza di $0{,}40\ m$ una dall'altra. Calcola l'energia potenziale elettrica della disposizione finale.

$$q = 2{,}0\ \mu C \qquad d = 0{,}40\ m \qquad U?$$

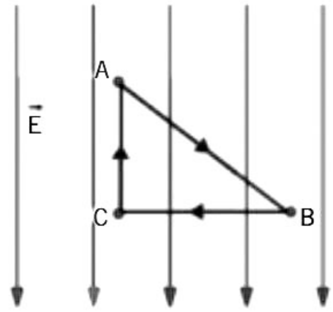
Per determinare l'energia potenziale elettrica, bisogna calcolare l'energia potenziale di tutte le coppie di cariche e poi sommarle tra di loro. Trattandosi di 4 cariche, abbiamo 6 diverse coppie: AB, AC, AD, BC, BD, CD.



$$U = k\frac{q^2}{d} + k\frac{q^2}{2d} + k\frac{q^2}{3d} + k\frac{q^2}{d} + k\frac{q^2}{2d} + k\frac{q^2}{d} = k\frac{q^2}{d}\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + 1 + \frac{1}{2} + 1 + 1\right) = \boldsymbol{0{,}39\ J}$$

5. Considera il percorso chiuso, a forma di triangolo rettangolo ABC, rappresentato in figura 2 e immerso in un campo elettrico uniforme $\vec{E}$. La differenza di potenziale fra i punti C e A è $\Delta V_{CA} = -5\ V$. Usa la circuitazione del campo elettrostatico per determinare la differenza di potenziale fra i punti B e A.

$$\Delta V_{CA} = -5\ V \qquad \Delta V_{BA}?$$



Per la circuitazione del campo elettrostatico, sappiamo che:

$$\Delta V_{AC} + \Delta V_{BA} + \Delta V_{CB} = 0\ V$$

Visto che il cammino da B a C è perpendicolare al campo elettrico, la differenza di potenziale è nulla, perciò otteniamo:

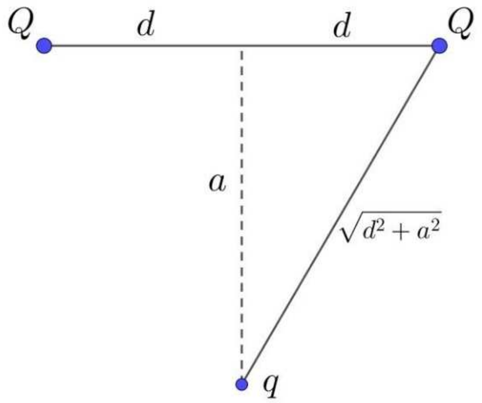
$$\Delta V_{AC} + \Delta V_{BA} = 0\ V \quad \Rightarrow \quad \Delta V_{BA} = -\Delta V_{AC} = -(-\Delta V_{CA}) = \Delta V_{CA}$$

Quindi:

$$\Delta V_{BA} = \Delta V_{CA} = \mathbf{-5\ V}$$

6. Agli estremi di un segmento lungo $2d = 4{,}0\ cm$ sono poste due cariche identiche positive di valore $Q = 5{,}0 \cdot 10^{-8}\ C$. Una particella carica $(q = 2{,}0 \cdot 10^{-8}\ C,\ m = 3{,}5 \cdot 10^{-15}\ kg)$ è lanciata con una velocità iniziale v da una distanza $a = 6{,}4\ cm$, lungo l'asse del segmento in direzione del punto medio, che raggiunge con velocità nulla. Determina la velocità iniziale della particella.

$$2d = 4{,}0\ cm \qquad Q = 5{,}0 \cdot 10^{-8}\ C \qquad q = 2{,}0 \cdot 10^{-8} C \qquad m = 3{,}5 \cdot 10^{-15} kg \qquad a = 6{,}4\ cm \qquad v?$$



Per il principio di conservazione dell'energia, considerando come punto di partenza quello a distanza a dal punto medio del segmento che congiunge le due cariche Q e come punto di arrivo il punto medio stesso, dove la particella q avrà velocità nulla, otteniamo:

$$U_o + K_o = U + K \quad \Rightarrow \quad U_o + K_o = U$$

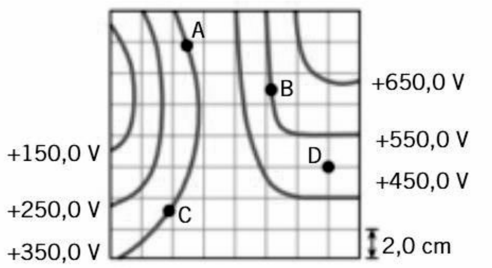
L'energia cinetica finale è nulla, visto che la velocità finale è nulla. Nel determinare l'energia potenziale iniziale, dobbiamo considerare l'energia potenziale come somma delle due energie potenziali, quella dalla carica Q che si trova a sinistra e quella dalla carica Q che si trova a destra:

$$2\frac{qQ}{4\pi\varepsilon_o \sqrt{d^2 + a^2}} + \frac{1}{2}mv^2 = 2\frac{qQ}{4\pi\varepsilon_o\, d}$$

Otteniamo quindi la velocità iniziale:

$$mv^2 = \frac{qQ\left(\sqrt{d^2 + a^2} - d\right)}{\pi\varepsilon_o d\sqrt{d^2 + a^2}} \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{qQ\left(\sqrt{d^2 + a^2} - d\right)}{\pi\varepsilon_o dm\sqrt{d^2 + a^2}}} = \mathbf{6{,}0 \cdot 10^5\ m/s}$$

7. La figura mostra il grafico di un insieme di superfici equipotenziali viste in sezione trasversale.
   A. Determina l'intensità e la direzione del campo elettrico nella posizione D. Specifica se il campo elettrico punta verso l'alto o il basso del disegno.
   B. Una carica puntiforme di $+2{,}8 \cdot 10^{-7}\ C$ viene posizionata nel punto A. Trova il lavoro che viene fatto sulla carica puntiforme dalla forza elettrica quando viene spostata da A a B e da A a C.



A. $\frac{\Delta V}{d} = \frac{100{,}0\ V}{4\ cm} = 2500\frac{V}{m}$ direzione lungo la verticale della griglia, diretto verso il basso, visto che è il verso in cui diminuisce il potenziale.

B. Nello spostarsi da A a B, cambia il potenziale, perciò:

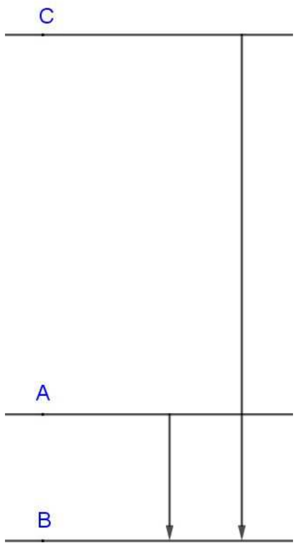
$$W_{AB} = -\Delta U = -\Delta V\, q = -q\,(V_B - V_A) = \mathbf{-5{,}6 \cdot 10^{-5}\ J}$$

Nello spostarsi da A a C, $W_{AC} = \mathbf{0\ J}$, perché la carica si muove lungo una superficie equipotenziale.

8. Il potenziale nel punto A è $452\ V$. Una particella carica positivamente è lasciata libera in A e raggiunge il punto B con una velocità v_B. Il potenziale nel punto C è $791\ V$. Quando la particella è lasciata libera in C, raggiunge B con una velocità doppia rispetto a quella precedente. Calcola il potenziale in B.

$$V_A = 452\ V \qquad v_A = 0\ m/s \qquad V_C = 791\ V \qquad v_C = 0\ m/s \qquad v_{CB} = 2\ v_{AB} \qquad V_B?$$

Per il principio di conservazione dell'energia, possiamo scrivere le due relazioni, ricordando che l'energia cinetica in A e in C sarà nulla, in quanto la particella viene lasciata libera in A e in C, ovvero comincia il suo percorso con velocità nulla sia in A che in C:



$$\begin{cases} K_A + U_A = K_B + U_B \\ K_C + U_C = K'_B + U_B \end{cases} \qquad \begin{cases} V_A q = V_B q + \frac{1}{2} m v_{AB}^2 \\ V_C q = V_B q + \frac{1}{2} m v_{CB}^2 \end{cases}$$

Dato che $v_{CB} = 2\ v_{AB}$, abbiamo:

$$\begin{cases} V_A q = V_B q + \frac{1}{2} m v_{AB}^2 \\ V_C q = V_B q + \frac{1}{2} 4 m v_{AB}^2 \end{cases}$$

Moltiplicando la prima equazione per 4 e poi sottraendo la seconda equazione dalla prima, otteniamo:

$$\begin{cases} 4V_A q = 4V_B q + \frac{1}{2} 4 m v_{AB}^2 \\ V_C q = V_B q + \frac{1}{2} 4 m v_{AB}^2 \end{cases} \qquad 4V_A q - V_C q = 3V_B q$$

Dividendo tutto per la carica q, possiamo ottenere il potenziale richiesto:

$$4V_A - V_C = 3V_B \quad \Rightarrow \quad V_B = \frac{4V_A - V_C}{3} = \mathbf{339\ V}$$