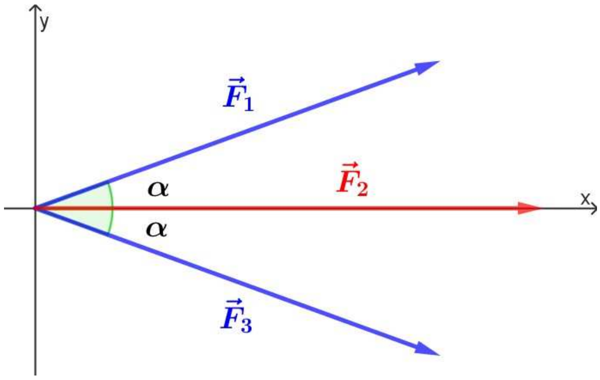
1. Tre cavi sono applicati in un punto P (figura 1) sul quale esercitano forze di intensità $F_1 = F_3 = 280\ N$ e $F_2 = 330\ N$. Determina modulo e direzione della forza risultante sfruttando la simmetria del sistema.

$$F_1 = F_3 = 280\ N \qquad F_2 = 330\ N \qquad \alpha = 20° \qquad \vec{F}?$$



Dopo aver rappresentato opportunamente i vettori, in modo da metterne in evidenza la simmetria, posso procedere a determinare le componenti dei vettori:

$$F_{1_x} = F_1 \cos\alpha \qquad F_{1_y} = F_1 \sin\alpha$$
$$F_{2_x} = F_2 \qquad F_{2_y} = 0$$
$$F_{3_x} = F_3 \cos\alpha \qquad F_{3_y} = -F_3 \sin\alpha$$

Sommando le componenti, ottengo:

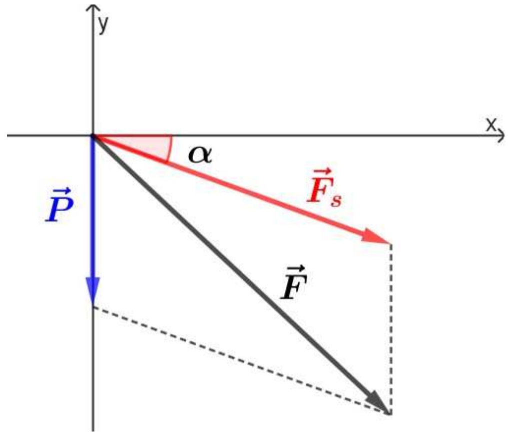
$$F_x = F_{1_x} + F_{2_x} + F_{3_x} = 2F_1 \cos\alpha + F_2$$
$$F_y = F_{1_y} + F_{2_y} + F_{3_y} = 0$$

La risultante ha direzione e verso coincidente con l'asse x, ovvero con la forza $\overrightarrow{F_2}$. Il modulo è dato da:

$$F = 2F_1 \cos\alpha + F_2 = \mathbf{856\ N}$$

2. Un giocatore di volley schiaccia la palla con una forza di modulo $5{,}1\ N$, inclinata verso il basso di $20°$ rispetto alla direzione orizzontale. La massa della palla è $275\ g$. Calcola il modulo della forza totale subita dalla palla durante la schiacciata.

$$F_s = 5{,}1\ N \qquad \alpha = 20° \qquad m = 0{,}275\ kg \qquad F?$$



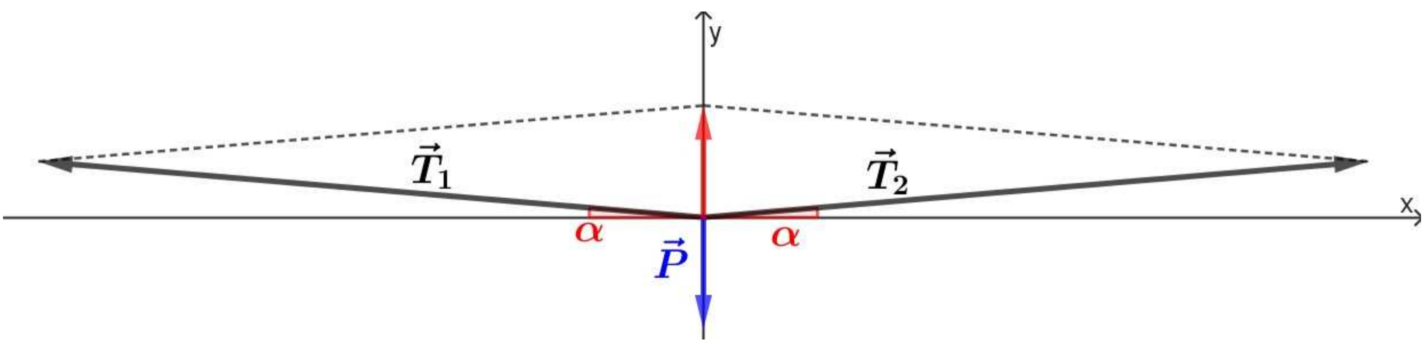
Determino le componenti dei vettori coinvolti (il tutto è reso più semplice dopo aver realizzato una rappresentazione grafica nel piano cartesiano) e sommo le componenti, in modo da determinare il modulo del vettore richiesto:

$$F_{s_x} = F_s \cos\alpha \qquad F_{s_y} = -F_s \sin\alpha$$
$$P_x = 0 \qquad P_y = -mg$$

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{(F_s\cos\alpha)^2 + (-mg - F_s\sin\alpha)^2} = \mathbf{6{,}5\ N}$$

3. Un equilibrista di massa $60{,}0\ kg$ cammina su una fune che è inizialmente orizzontale. Quando si trova a metà del percorso, il suo peso incurva simmetricamente la fune, che forma un angolo di $4{,}8°$ con l'orizzontale. Qual è la tensione della fune?

$$m = 60{,}0\ kg \qquad \alpha = 4{,}8° \qquad T?$$



Per la condizione di equilibrio: $\vec{T}_1 + \vec{T}_2 + \vec{P} = 0$. Considero le componenti lungo gli assi cartesiani:

$$\begin{matrix} asse\ x \\ asse\ y \end{matrix}\begin{cases} -T_1\cos\alpha + T_2\cos\alpha = 0 \\ T_1\sin\alpha + T_2\sin\alpha - P = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} T_1 = T_2 \\ 2\,T_1\sin\alpha = P \end{cases} \qquad T_1 = T_2 = \frac{P}{2\sin\alpha} = \frac{mg}{2\sin\alpha} = \mathbf{3{,}5\ kN}$$

4. Un bambino di massa $35{,}0\ kg$ è fermo su uno scivolo alto $1{,}80\ m$ e lungo $3{,}70\ m$. Trascurando l'attrito con lo scivolo, con quale forza si sta tenendo fermo?

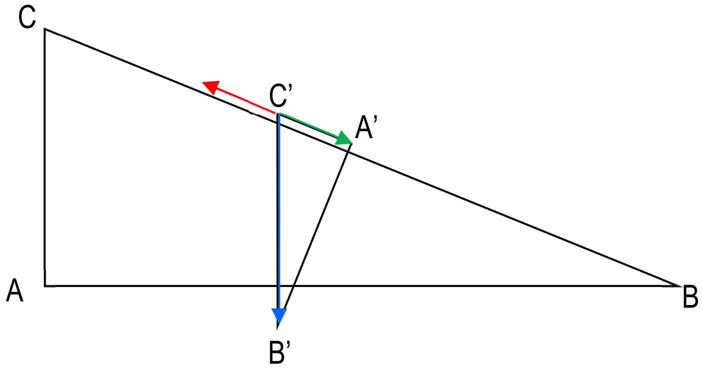
$$h = 1{,}80\ m \qquad l = 3{,}70\ m \qquad m = 35{,}0\ kg \qquad F?$$

Nella figura la forza peso è indicata in blu, la sua componente parallela al piano è verde e la forza che deve applicare il bambino è indicata in rosso.
I due triangoli rappresentanti, quello del piano inclinato e quello formato dalla forza peso e dalla sua scomposizione – secondo le direzioni parallele e perpendicolari al piano L – sono simili, ovvero vale la proporzione:

$$\overline{C'B'}:\overline{CB} = \overline{C'A'}:\overline{CA}$$

Ovvero, sostituendo:

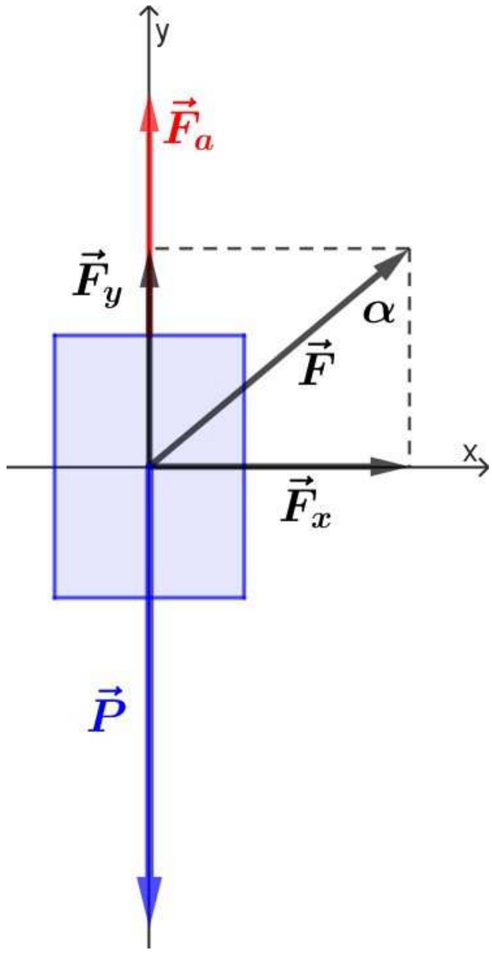
$$P : l = F_{\parallel} : h \qquad \Longrightarrow \qquad F_{\parallel} = P\frac{h}{l}$$



$$F = 35{,}0\ kg \cdot 9{,}81\ m/s^2 \cdot \frac{1{,}80\ m}{3{,}70\ m} = \mathbf{167\ N}$$

5. Un blocco che pesa $88{,}9\ N$ viene spinto contro una parete applicando una forza obliqua (figura 2). Il coefficiente di attrito statico fra il blocco e la parete è $0{,}56$. Calcola il modulo della minima forza F necessaria per mantenere fermo il blocco.

$$P = 88{,}9\ N \qquad \mu = 0{,}56 \qquad \alpha = 40° \qquad F?$$



La condizione di equilibrio è:

$$\vec{F} + \vec{F}_A + \vec{P} = 0$$

È importante rappresentare la forza d'attrito come in figura: basta ricordare che la forza d'attrito ha sempre la direzione del moto e verso opposto, perciò avrà la stessa direzione del peso, ma verso opposto. Per risolvere il problema, è sufficiente considerare le componenti dei vettori lungo l'asse y:

$$F_y + F_A = P \qquad (*)$$

Osservando la figura, posso dedurre che:

$$F_y = F\cos\alpha$$

Per quanto riguarda la forza d'attrito, invece, devo notare che la forza premente è data dalla componente lungo l'asse x della forza F da determinare:

$$F_A = \mu F_x = \mu F \sin\alpha$$

Sostituendo nella relazione $(*)$, posso risolvere e ottenere il risultato richiesto:

$$F\cos\alpha + \mu F\sin\alpha = P$$

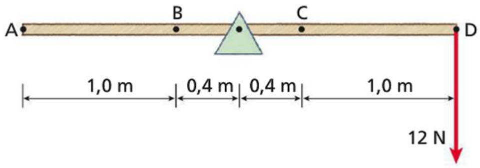
$$F(\cos\alpha + \mu\sin\alpha) = P$$

$$F = \frac{P}{\cos\alpha + \mu\sin\alpha} = \mathbf{79\ N}$$

6. L'asta omogenea di figura 3 è lunga $2{,}8\ m$ ed è libera di ruotare attorno al punto centrale. Per mantenerla orizzontale si applica una forza $\vec{R}$. Determina intensità, direzione e verso di $\vec{R}$ quando è applicata:
   A. nel punto A;
   B. nel punto B;
   C. nel punto C.

$d_A = 1{,}4\ m \qquad d_B = 0{,}4\ m \qquad d_C = 0{,}4\ m \qquad d_D = 1{,}4\ m \qquad F_D = 12\ N \qquad F_A? \qquad F_B? \qquad F_C?$

Nel momento in cui la forza è applicata nel punto A, la forza è di **12 N**, parallela e con lo stesso verso di quella applicata in D, cioè **verso il basso**.
Se la forza è applicata in B, ha la stessa direzione e lo stesso verso di quella applicata in A, cioè **verso il basso**, ma per l'intensità:



$$M_B = M_D \quad \Rightarrow \quad F_B d_B = F_D d_D \quad \Rightarrow \quad F_B = \frac{F_D d_D}{d_B} = \boldsymbol{42\ N}$$

Allo stesso modo per determinare l'intensità della forza in C, che ha la stessa direzione ma verso opposto rispetto alla forza in D, cioè **verso l'alto**:

$$M_C = M_D \quad \Rightarrow \quad F_C d_C = F_D d_D \quad \Rightarrow \quad F_C = \frac{F_D d_D}{d_C} = \boldsymbol{42\ N}$$

7. Nella figura 4 un uomo e un ragazzo sono seduti su un'altalena in equilibrio e distano $2{,}0\ m$. A che distanza si trovano dal vincolo l'uomo e il ragazzo?

$F_1 = 800\ N \qquad F_2 = 200\ N \qquad d = d_1 + d_2 = 2{,}0\ m \qquad d_1? \qquad d_2?$

Quella rappresentata in figura è una leva di primo genere e ricordo che una leva rimane in equilibrio quando le forze applicate sono inversamente proporzionali alla loro distanza dal fulcro, ovvero:

$$F_1 : F_2 = d_2 : d_1$$

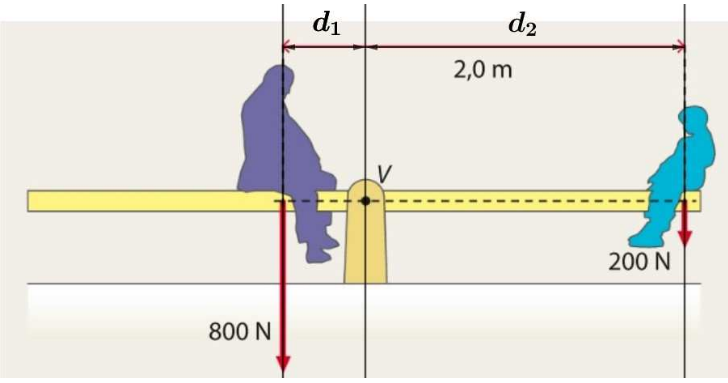
Pongo $d_1 = x$, perciò $d_2 = \frac{F_1}{F_2} d_1 = 4d_1 = 4x$

Sapendo dai dati che $d_1 + d_2 = 2{,}0\ m$, ottengo l'equazione:

$$x + 4x = 2{,}0\ m \quad \Longrightarrow \quad x = 0{,}40\ m$$

Perciò:

$$\boldsymbol{d_1 = 0,40\ m} \qquad \boldsymbol{d_2 = 1,6\ m}$$



8. Un uomo di $75\ kg$ si distende su un letto di chiodi; ciascun chiodo ha diametro $3{,}0\ mm$ e il corpo dell'uomo copre circa 800 chiodi. La pressione minima per la quale si avverte dolore sulla pelle, detta soglia del dolore, è mediamente circa $7 \cdot 10^5\ Pa$. L'uomo avverte dolore? Calcola il rapporto percentuale fra la pressione dell'uomo sui chiodi e la soglia del dolore.

$m = 75\ kg \qquad d = 3{,}0 \cdot 10^{-3}\ m \qquad p_o = 7 \cdot 10^5\ Pa \qquad N = 800 \qquad p >< p_o? \qquad \frac{p}{p_o}_{\%}?$

La pressione è data dal rapporto tra la forza e la superficie. La forza è il peso dell'uomo, mentre la superficie è data, nel caso del letto di chiodi, dalla superficie di ogni chiodo (si tratta di una circonferenza), moltiplicata per il numero di chiodi che costituiscono il letto:

$$p = \frac{P}{NS} = \frac{mg}{N\,\pi \left(\frac{d}{2}\right)^2} = 1{,}3 \cdot 10^5\ Pa < \boldsymbol{p_o}$$

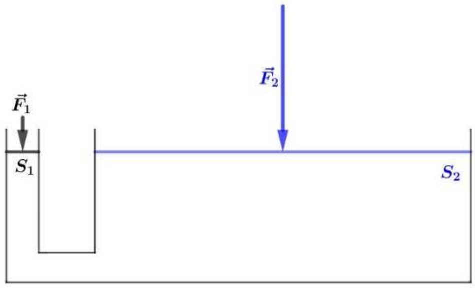
Essendo inferiore alla pressione minima per la quale si avverte dolore, l'uomo **NON sente dolore**.

$$\frac{p}{p_o} = 0{,}19 = \boldsymbol{19\%}$$

9. La poltrona di un dentista pesa $715\ N$. Per sollevare un paziente, il dentista deve applicare una forza minima di modulo $35\ N$. L'area del pistone collegato alla poltrona è 40 volte più grande dell'area del pistone collegato al pedale. I due pistoni si trovano alla stessa altezza. Determina la massa del paziente.

$$P = 715\ N \qquad F_1 = 35\ N \qquad S_2 = 40\ S_1$$

La forza esercitata sul pistone più grande è data dal peso della poltrona e dal peso del paziente, ovvero: $F_2 = P + P_p$, inoltre, quando i due pistoni si trovano alla stessa altezza, la pressione esercitata sui due pistoni è la stessa (legge di Pascal) e dato che la pressione è data dal rapporto tra forza e superficie, otteniamo:



$$\frac{F_2}{S_2} = \frac{F_1}{S_1} \quad \Rightarrow \quad F_2 = F_1 \frac{S_2}{S_1} = F_1 \frac{40\ S_1}{S_1} = 40\ F_1$$

$$P + P_p = 40\ F_1 \quad \Rightarrow \quad P_p = 40\ F_1 - P \quad \Rightarrow \quad mg = 40F_1 - P \quad \Rightarrow \quad m = \frac{40\ F_1 - P}{g} = \mathbf{70\ kg}$$

10. Una piattaforma di legno di pino (densità $550\ kg/m^3$) galleggia in mare (densità $1025\ kg/m^3$). La piattaforma è lunga $7{,}5\ m$, larga $3{,}4\ m$ e spessa $0{,}38\ m$. Determina il peso massimo aggiuntivo che può essere posto sulla piattaforma senza farla affondare.

$$d_L = 550\ kg/m^3 \qquad d = 1025\ kg/m^3 \qquad V = 7{,}5\ m \cdot 3{,}4\ m \cdot 0{,}38\ m \qquad P?$$

Il peso aggiuntivo sommato al peso della piattaforma deve essere uguale alla forza di Archimede: $P + P_L = F_A$.

Per risolvere l'equazione bisogna ricordare che la definizione di densità è data dal rapporto tra massa e volume e, quindi, la massa è data dal prodotto tra densità e volume:

$$P = F_A - P_L = dgV - mg = dgV - d_L Vg = Vg\ (d - d_L) = \mathbf{4{,}5 \cdot 10^4\ N}$$

11. Un cubo di ferro (densità $7860\ kg/m^3$) di volume $6{,}4 \cdot 10^{-5}\ m^3$ è appeso a una molla di costante elastica $65\ N/m$. Il cubo viene immerso completamente in acqua. Determina l'allungamento della molla quando il cubo è completamente immerso.

$$d_F = 7860\ kg/m^3 \qquad V = 6{,}4 \cdot 10^{-5}\ m^3 \qquad d = 65\ N/m \qquad d = 1000\ kg/m^3 \qquad x?$$

Il cubo immerso nell'acqua risente di una forza di Archimede, perciò il suo peso apparente è dato da:

$$P_A = P - F_A$$

Il peso apparente è quello che determina l'allungamento della molla ed è uguale, in modulo, alla forza elastica che agisce sulla molla: $P_A = F_e$. Perciò:

$$P_A = P - F_A = mg - Vdg = d_F Vg - Vdg = Vg(d_F - d)$$

La forza elastica è data, per la legge di Hooke, dal prodotto tra l'allungamento e la costante elastica: $F_e = kx$, perciò:

$$Vg\ (d_F - d) = P_A = F_e = kx \quad \Rightarrow \quad x = \frac{P_A}{x} = \frac{Vg(d_F - d)}{k} = \mathbf{6{,}6\ cm}$$