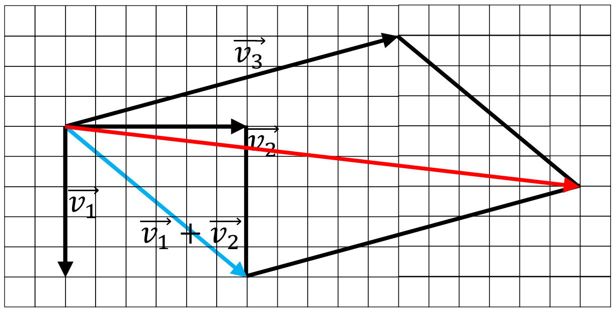
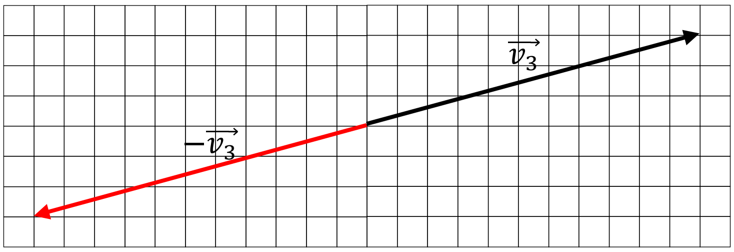
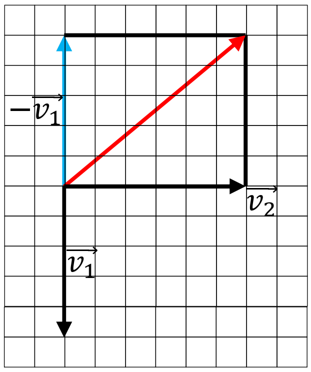
1. Rappresenta sul foglio i vettori rappresentati a lato. Disegna inoltre:
   A. il vettore somma $\vec{v_1} + \vec{v_2} + \vec{v_3}$
   B. il vettore $-\vec{v_3}$
   C. il vettore differenza $\vec{v_2} - \vec{v_1}$
   D. la proiezione di $\vec{v_2}$ su $\vec{v_3}$
   E. considerati due assi cartesiani, con origine in comune con i vettori, l'asse y coincidente con $\vec{v_1}$ ma con verso opposto e l'asse x coincidente con $\vec{v_2}$, determina le componenti dei tre vettori.



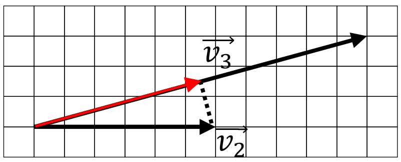
A. Dopo aver rappresentato la somma tra i vettori $\vec{v_1}$ e $\vec{v_2}$, in azzurro nella figura a lato, possiamo determinare la somma tra i tre vettori, sempre con la regola del parallelogrammo, aggiungendo al vettore somma – azzurro – il vettore $\vec{v_3}$ e ottenendo, in rosso, il vettore somma.

B. Rappresento il vettore $-\vec{v_3}$, con la stessa lunghezza del vettore $\vec{v_3}$, con la stessa direzione, ma con verso opposto.

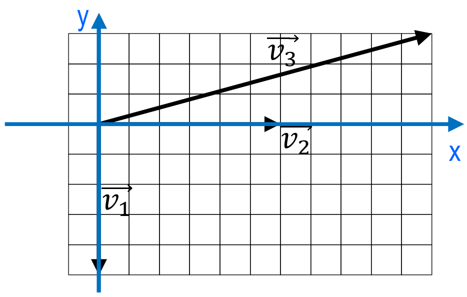




C. Per rappresentare il vettore differenza $\vec{v_2} - \vec{v_1}$, devo innanzi tutto rappresentare il vettore $-\vec{v_1}$ – in azzurro e poi faccio la somma con il vettore $\vec{v_2}$, usando il metodo del parallelogrammo ed ottengo il vettore indicato in rosso.



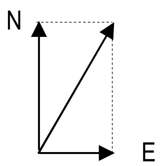
D. La proiezione di $\vec{v_2}$ su $\vec{v_3}$ si ottiene, proiettando la punta della freccia di $\vec{v_2}$ perpendicolarmente a $\vec{v_3}$. Il vettore proiezione è indicato in rosso, mentre il segmento di perpendicolare è tratteggiato.



E. Contando i quadretti, possiamo ricostruire l'espressione per componenti dei tre vettori:

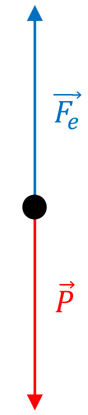
$$\vec{v_1} = -5\,\hat{y} \qquad \vec{v_2} = 6\,\hat{x} \qquad \vec{v_3} = 11\,\hat{x} + 3\,\hat{y}$$

2. Un aeroplano si sposta di 200 km verso est. Di quanto deve successivamente spostarsi verso nord affinché lo spostamento risultante abbia la direzione nord 30° est e il modulo uguale a 400 km?



Come rappresentato a lato, per determinare lo spostamento verso Nord, abbiamo due possibilità: o utilizziamo il teorema di Pitagora – e in tal caso determinare lo spostamento verso Nord equivarrà a determinare il cateto di un triangolo rettangolo conoscendo l'ipotenusa (400 km) e l'altro cateto (200 km) – oppure determinando lo spostamento verso Nord così: $400\ km\ \cdot \cos 30° = \mathbf{346\ km}$

3. Una pallina di massa 300 g è in equilibrio, appesa verticalmente a una molla fissata al soffitto. La molla è allungata di 4,40 cm rispetto alla sua lunghezza a riposo:
    a. disegna uno schema della situazione indicando le forze che agiscono sulla pallina;
    b. calcola il peso della pallina;
    c. individua il modulo della forza elastica esercitata dalla molla;
    d. determina il valore della costante elastica della molla.



A. Lo schema delle forze che agiscono sulla pallina è quello indicato a lato: quella in blu è la forza elastica, esercitata dalla molla sulla pallina, mentre quella in rosso è la forza peso.

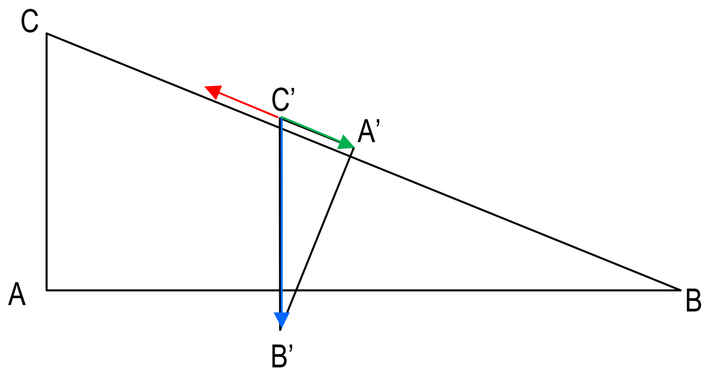
B. $P = mg = \mathbf{2,94\ N}$

C. La forza elastica, siccome la pallina è in equilibrio (come detto nel testo) sarà uguale alla forza peso, perciò $F_e = \mathbf{2,94\ N}$

D. Utilizzando il valore della forza elastica determinato al punto C e considerata la legge di Hooke, $F = -kx$, possiamo determinare la costante elastica (non considero il segno negativo, che ha un significato vettoriale, ovvero indica che il verso della forza elastica è sempre opposto a quello dello spostamento):

$$F = kx \quad \Longrightarrow \quad k = \frac{F}{x} = \mathbf{66,8\ N/m}$$

4. Uno scivolo di un parco giochi è alto 2,1 m e lungo 4,8 m. Su di esso si trova un bimbo che ha una massa di 30 kg. Trascurando l'attrito del bimbo con lo scivolo, con quale forza si deve afferrare al bordo dello scivolo per rimanere fermo?



Considero il triangolo formato dal piano inclinato, con:

$$\overline{CA} = h = 2,1\ m$$

$$\overline{CB} = l = 4,8\ m$$

I due triangoli rappresentanti, quello del piano inclinato e quello formato dalla forza peso e dalla sua scomposizione – secondo le direzioni parallele e perpendicolari al piano l – sono simili, ovvero vale la proporzione:

$$\overline{C'B'}:\overline{CB} = \overline{C'A'}:\overline{CA}$$

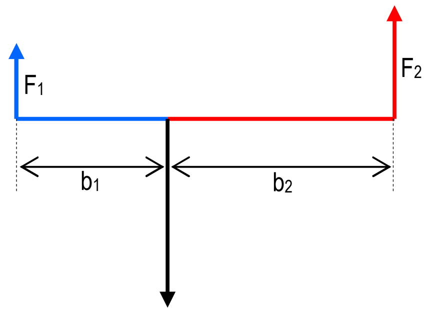
Ovvero, sostituendo:

$$P:l = P_{\parallel}:h \quad \Longrightarrow \quad P_{\parallel} = P\frac{h}{l}$$

E la componente parallela al piano della forza peso è propria la forza con la quale il bambino si deve afferrare al bordo dello scivolo per rimanere fermo:

$$F = P_{\parallel} = 30\ kg \cdot 9,8\frac{m}{s^2}\cdot\frac{2,1\ m}{4,8\ m} = \mathbf{1,3 \cdot 10^2 N}$$

5. Due operai devono trasportare una cassa del peso di 1500 N, appoggiata su un'asta lunga 2,5 m e di peso trascurabile. La cassa dista 1,0 m da uno dei due operai. Quanto valgono le intensità delle forze che devono applicare gli operai per poterla sostenere?



La somma delle due forze deve essere pari a 1500 N, il peso della cassa e la relazione che lega le due casse è:

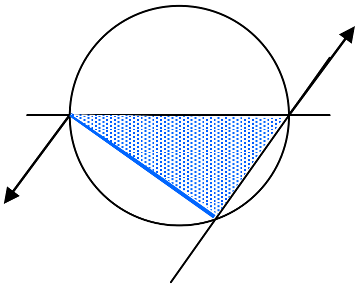
$$F_1:F_2 = b_2:b_1 \quad \Longrightarrow \quad (F_1+F_2):F_2 = (b_2+b_1):b_1$$

E ottengo:

$$F_2 = \frac{F_1+F_2}{b_2+b_1}b_1 = \mathbf{900\ N}$$

Di conseguenza la seconda forza è **600 N**.

6. Siano date due forze parallele e di ugual modulo, pari a 30 N, che agiscono agli estremi di un diametro di lunghezza 40 cm. Determina il momento della coppia nei due casi seguenti: l'angolo che le due forze formano con il prolungamento del diametro è di 60° e le forze e il diametro sono perpendicolari. In quale caso il momento è maggiore? Qual è quindi la situazione in cui le forze sono più efficaci?



Nel caso in cui le forze formino un angolo di 60° con il prolungamento del diametro, devo determinare il braccio della forza, indicato in blu nel disegno e pari al prodotto tra il diametro e il seno dell'angolo di 60°, perché l'angolo opposto al braccio, nel triangolo indicato, è opposto al vertice rispetto all'angolo formato dalle forze con il prolungamento del diametro.
Il momento, quindi, vale:

$$M_1 = Fdsen60° = \mathbf{10\ Nm}$$

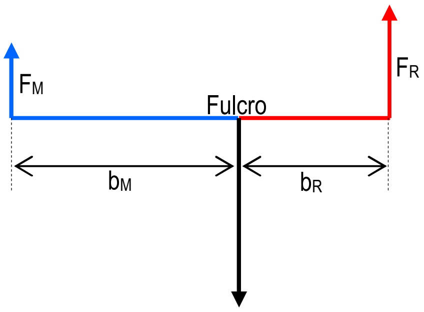
Nel caso in cui le forze siano perpendicolari al diametro, il braccio è rappresentato dal diametro stesso, perciò:

$$M_2 = Fd = \mathbf{12\ Nm}$$

Siccome il secondo momento è maggiore del primo, la situazione in cui le forze sono più efficaci è la seconda, ovvero con le forze perpendicolari al diametro.

7. In una leva del primo genere, i bracci della forza motrice e della forza resistente sono rispettivamente di 2,40 m e di 0,80 m. È applicata una forza motrice di intensità pari a 20 N. Quale forza resistente è possibile equilibrare con questa leva?

Essendo di primo genere, la leva ha la configurazione indicata a lato.



Quindi vale la seguente proporzione:

$$F_M : F_R = b_R : b_M$$

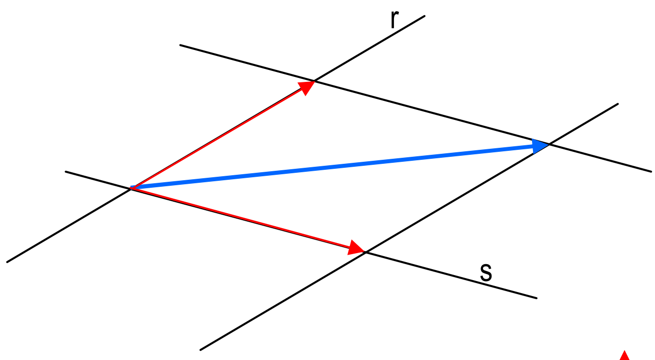
con b_R=0,80 m, b_M=2,40 m e F_M = 20 N. Da questi dati, possiamo ricavare la forza resistente:

$$F_R = \frac{b_M}{b_R} \cdot F_M = \mathbf{60\ N}$$

8. Considera le seguenti leve: remo di una barca, carriola, forbici. Indica il genere di ognuna.

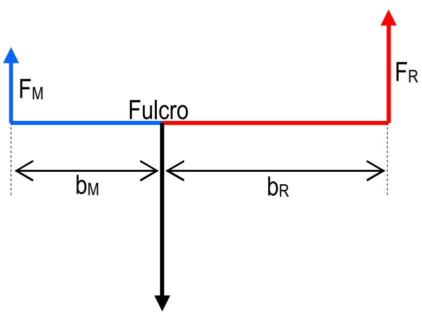
Remo di una barca: secondo genere
Carriola: secondo genere
Forbici: primo genere

9. Descrivi la scomposizione di un vettore lungo due rette.



Si considerino due rette qualsiasi, r e s, passanti per la coda del vettore (il vettore in blu). Dalla punta del vettore si traccia una parallela alla retta r che incontra la retta s in un punto e una parallela alla retta s che incontra la retta r in un punto. Partendo dalla coda del vettore, si tracciano i due vettori (indicati in rosso) che giacciono sulle due rette e che giungono fino ai punti di intersezione così determinati. La somma di questi due nuovi vettori è la scomposizione del vettore di partenza rispetto alla rette r e s.

10. Qual è la struttura di una leva di primo genere? Quando è vantaggiosa? Fai un esempio.



La struttura di una leva di primo genere è quella indicata a lato ed è vantaggiosa quando il braccio della forza motrice è maggiore del braccio della forza resistente. Un esempio di leva di primo genere è dato dalle forbici.

11. Equilibrio stabile, instabile, indifferente: quali le differenze tra le tre configurazioni?

Un corpo appeso per un punto P è in equilibrio se il suo baricentro G si trova sulla retta verticale che passa per P.
Pur trovandosi sulla verticale, il baricentro può trovarsi in tre situazione diverse:

- sotto P: condizione di equilibrio stabile, se si sposta di poco l'oggetto dalla sua posizione di equilibrio questo ritorna nella precedente posizione di equilibrio;
- sopra P: condizione di equilibrio instabile, se si sposta l'oggetto di poco, questi non ritorna nella precedente posizione di equilibrio;
- coincidente con P: condizione di equilibrio indifferente, se si sposta l'oggetto di poco, questi rimane nella nuova posizione di equilibrio.

12. In funzione del baricentro, quando un corpo appoggiato su un piano è in equilibrio?

Un corpo appoggiato su un piano è in equilibrio se la retta verticale che passa per il suo baricentro interseca la base di appoggio.