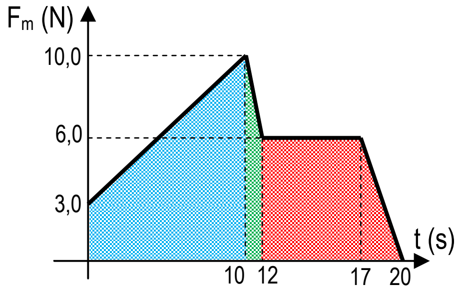
1. Riferendoti alla figura 1, determina l'impulso, la forza media che agisce nell'arco dei 20 s e la variazione della quantità di moto.

Per determinare l'impulso, calcolo l'area della regione di piano sottesa dal grafico.
Calcolo le aree secondo la suddivisione indicata dai colori, ovvero calcolo l'area di tre tapezi rettangoli.



$$A_1 = \frac{(3{,}0N + 10{,}0N) \cdot 10s}{2} = 65\ kg\ m/s$$

$$A_2 = \frac{(6{,}0N + 10{,}0N) \cdot 2s}{2} = 16\ kg\ m/s$$

$$A_3 = \frac{(5{,}0\ s + 8{,}0\ s) \cdot 6{,}0N}{2} = 39\ kg\ m/s$$

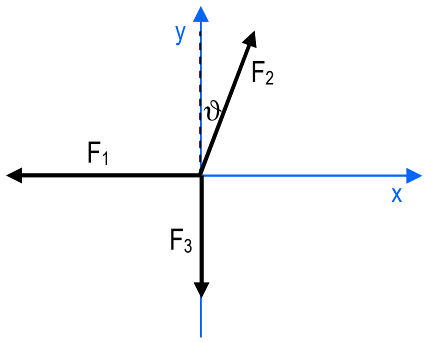
L'impulso, sommando le tre aree, ha valore: $\boldsymbol{I = 120\ kg\ m/s}$

Dall'impulso, posso determinare la forza media, che agisce nell'arco dei 20 s:

$$I = F_m \cdot \Delta t \quad \Longrightarrow \quad F_m = \frac{I}{\Delta t} = \frac{120\ kg\ m/s}{20\ s} = \boldsymbol{6{,}0\ N}$$

La variazione della quantità di moto è pari all'impulso: $\boldsymbol{\Delta p = 120\ kg\ m/s}$

2. Riferendoti alla figura 2, che rappresenta una situazione di equilibrio, determina:
   a. l'ampiezza dell'angolo ϑ, sapendo che la forza F_1 ha modulo 5,0 N e la forza F_2 ha modulo 10 N;
   b. il modulo delle forze F_1 e F_3, sapendo che il modulo di F_2 è 4,0 N e l'angolo ϑ misura 20°;
   c. l'ampiezza dell'angolo ϑ e l'intensità della forza F_2, sapendo che la forza F_3 ha modulo 4,0 N e la forza F_1 ha modulo 6,0 N.



Assegno gli assi cartesiani, in maniera tale che l'asse y abbia la stessa direzione del vettore F_3, ma verso opposto, mentre l'asse x ha la stessa direzione della forza F_1, ma verso opposto.

A. Considerando le componenti del vettore F_2 rispetto agli assi cartesiani, la componente orizzontale dovrà essere compensata dal vettore F_1, uguale alla componente orizzontale del vettore F_2, ma di verso opposto. Eguagliando la componente orizzontale del vettore F_2 al vettore F_1, possiamo determinare l'angolo θ.

$$F_{2x} = F_1 \quad \Longrightarrow \quad F_2\, sen\vartheta = F_1 \quad \Longrightarrow \quad \vartheta = sen^{-1}\frac{F_1}{F_2} = \boldsymbol{30°}$$

B. Esattamente come nel sistema precedente, ma avendo come incognite F_1 e F_3:

$$\begin{cases} F_3 = F_2 cos\vartheta \\ F_1 = F_2 sen\vartheta \end{cases} \qquad \begin{cases} F_3 = \boldsymbol{3{,}8\ N} \\ F_1 = \boldsymbol{1{,}4\ N} \end{cases}$$

C. La forza F_3 ha lo stesso modulo della componente verticale della forza F_2, mentre la forza F_1 ha lo stesso modulo della componente orizzontale della forza F_2. Sfruttando queste due uguaglianze, possiamo ricavare F_2 e l'angolo ϑ.

$$\begin{cases} F_3 = F_2 cos\vartheta \\ F_1 = F_2 sen\vartheta \end{cases} \qquad \begin{cases} F_2 = \dfrac{F_3}{cos\vartheta} \\ F_1 = \dfrac{F_3}{cos\vartheta} sen\vartheta \end{cases} \qquad \begin{cases} F_2 = \dfrac{F_3}{cos\vartheta} \\ \vartheta = tg^{-1}\dfrac{F_1}{F_3} \end{cases} \qquad \begin{cases} F_2 = \boldsymbol{7{,}2\ N} \\ \vartheta = \boldsymbol{56°} \end{cases}$$

3. La posizione di una massa oscillante attaccata a una molla è data dall'equazione $x = (3{,}2\ cm)\cos[2\pi t/(0{,}72 s)]$.
   a. Qual è la frequenza del moto?
   b. In quale istante la massa si trova per la prima volta nella posizione x = 1,6 cm?

A. Nell'equazione della posizione, 0,72 s rappresenta il periodo del moto e la frequenza è il reciproco del periodo:

$$f = \frac{1}{T} = \mathbf{1,4\ Hz}$$

B. Uguagliando la posizione x = 1,6 cm all'espressione della posizione, trovo l'istante t richiesto:

$$1{,}6\ cm = (3{,}2\ cm)\cos[2\pi t/(0{,}72 s)]$$

$$\frac{1{,}6\ cm}{3{,}2\ cm} = \cos[2\pi t/(0{,}72 s)] \qquad \cos[2\pi t/(0{,}72 s)] = \frac{1}{2}$$

$$\frac{2\pi t}{0{,}72\ s} = cos^{-1}\frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad \frac{2\pi t}{0{,}72\ s} = \frac{\pi}{3} \quad \Rightarrow \quad t = \mathbf{0,12\ s}$$

4. Quando una massa di 0,45 kg viene appesa a una molla verticale, la molla si allunga di 25 cm. Quale massa devi appendere perché la molla abbia un periodo di oscillazione di 0,65 s?

Ricaviamo l'espressione del periodo di oscillazione della molla, eguagliando l'espressione del secondo principio della dinamica, all'espressione della forza elastica e sostituendo poi alla posizione e all'accelerazione le sue espressioni nel moto armonico:

$$ma = -kx \quad \Rightarrow \quad m(-A\omega^2\cos(\omega t)) = -kA\cos(\omega t)$$

$$m\omega^2 = k \quad \Rightarrow \quad m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = k \quad \Rightarrow \quad m = k\left(\frac{T}{2\pi}\right)^2$$

Possiamo ricavare il valore della costante elastica, dall'allungamento e dalla massa fornite precedentemente:

$$kx = m_1 g \quad \Rightarrow \quad k = \frac{m_1 g}{x}$$

Da cui:

$$m = k\left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 = \frac{m_1 g}{x}\left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 = \mathbf{0,19kg}$$

5. Determina la lunghezza di un pendolo semplice che ha un periodo di 0,250 s.

L'espressione del periodo del pendolo è: $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \quad \Rightarrow \quad L = g\left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 = \mathbf{1,55\ cm}$

6. In un tipico tiro del golf, la mazza è in contatto con la palla per circa 0,0010 s. Se sulla pallina di massa 45 g è stata esercitata dalla mazza una forza di 3,0 kN, quale velocità acquista la pallina?

Utilizzando il teorema dell'impulso:

$$I = F_m\,\Delta t = \Delta p \qquad \Longrightarrow \qquad \Delta p = F_m\,\Delta t \qquad \Longrightarrow \qquad m\,(v_f - v_i) = F_m\,\Delta t$$

Considerato che la velocità iniziale è nulla:

$$m\,v_f = F_m\,\Delta t \qquad \Longrightarrow \qquad v_f = \frac{F_m\,\Delta t}{m} = \mathbf{67\ m/s}$$

7. Un momento torcente di 0,12 N m è applicato a uno sbattiuova inizialmente a riposo. Quanto vale il suo momento angolare dopo 0,65 s?

Considero l'espressione del secondo principio della dinamica in funzione del momento angolare:

$$M = \frac{\Delta L}{\Delta t} \qquad \Longrightarrow \qquad \Delta L = M \cdot \Delta t = 0{,}15\ N\,m \cdot 0{,}55\ s = \mathbf{0{,}078\ kg\ m^2/s}$$

8. Se stiamo percorrendo una curva con velocità troppo elevata, la nostra automobile può iniziare a scivolare lateralmente sulla strada. Cosa possiamo fare per riguadagnare il controllo dell'automezzo? Perché?

In queste situazioni gli esperti consigliano di sterzare nella direzione della sbandata per riguadagnare il controllo dell'automezzo. Supponiamo di sterzare per correggere la sbandata: in questo modo, riduciamo il raggio di curvatura, perciò l'accelerazione centripeta aumenta ed è necessaria una forza di attrito tra gli pneumatici e la strada ancora maggiore per mantenere in carreggiata l'auto, perciò la tendenza a slittare in questo caso aumenta. Per questo conviene sterzare, aumentando il raggio di curvatura.

9. Di un oggetto che si muove di moto rettilineo si può sempre dire che ha momento angolare nullo? Perché?

Un oggetto che si muove di moto rettilineo non ha sempre momento angolare nullo, perché dipende dalla scelta del punto di riferimento. Se il punto appartiene alla retta del moto, il braccio è nullo e quindi il momento angolare è nullo. Se il punto non appartiene alla retta d'azione, il braccio è diverso da zero e, di conseguenza, anche il momento angolare è diverso da zero. Infatti, in questo caso, varia la posizione angolare dell'oggetto nel tempo.