

1. Un pipistrello per “vedere” nel buio emette onde sonore di frequenza $1 \cdot 10^5$ Hz, che viaggiano nell’aria a circa 340 m/s. Quanto vale la loro lunghezza d’onda?

$$f = 1 \cdot 10^5 \text{ Hz} \quad v = 340 \text{ m/s} \quad \lambda = ?$$

Applico la definizione di velocità:

$$v = f\lambda \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{v}{f} = \mathbf{3 \text{ mm}}$$

2. Un filo d’acciaio (densità $7,87 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$) ha sezione $1,20 \text{ mm}^2$. A quale tensione deve essere sottoposto per far sì che un impulso si muova su di esso a 300 m/s?

$$\rho = 7,87 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3 \quad S = 1,20 \text{ mm}^2 = 1,20 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 \quad v = 300 \text{ m/s} \quad F = ?$$

Applico la definizione di velocità in funzione della tensione:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \quad \Rightarrow \quad F = v^2 \mu = v^2 \frac{m}{L} = v^2 \frac{\rho V}{L} = v^2 \frac{\rho SL}{L} = v^2 \rho S = \mathbf{850 \text{ N}}$$

3. L’espressione matematica di un’onda è:

$$y(x, t) = 13 \cos(20x - 6800t)$$

con x in metri e t in secondi. Determina la frequenza, la lunghezza d’onda, l’ampiezza e la velocità di quest’onda.

Scrivendo l’equazione nella forma: $y = A \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x - \frac{2\pi}{T}t\right)$, poiché $f = \frac{1}{T}$, ottengo:

$$f = \frac{1}{T} \quad \Rightarrow \quad \frac{2\pi}{T} = 6800 \quad \Rightarrow \quad T = \frac{2\pi}{6800} \quad \Rightarrow \quad f = \frac{6800}{2\pi} \text{ Hz} = \mathbf{1,08 \text{ kHz}}$$

Otteniamo anche la lunghezza d’onda:

$$\lambda = \frac{2\pi}{20} \text{ m} = \mathbf{31,4 \text{ cm}}$$

L’ampiezza è già data nell’equazione ed è $\mathbf{13 \text{ m}}$, mentre la velocità la otteniamo facendo il prodotto tra frequenza e lunghezza d’onda:

$$v = \mathbf{340 \text{ m/s}}$$

4. Un cannone punta su un bersaglio posto a 20 km di distanza e spara. La componente orizzontale della velocità del proiettile è $6,1 \cdot 10^2$ m/s. Dopo quanti secondi si ode il rumore dello sparo rispetto all'arrivo del proiettile?

$$l = 20 \text{ km} \quad v_A = 6,1 \cdot 10^2 \text{ m/s} \quad v_o = 343 \text{ m/s} \quad t_o - t_A = ?$$

Trattandosi di un moto rettilineo uniforme, vale la legge: $v = \frac{s}{t}$, perciò:

$$t_o - t_A = \frac{s}{v_o} - \frac{s}{v_A} = \mathbf{26 \text{ s}}$$

5. Uno zaffiro è immerso in acqua. La superficie dello zaffiro viene colpita da un raggio di luce avente un angolo di incidenza di 60° . Calcola l'ampiezza dell'angolo rifratto.

Applichiamo la legge di Snell-Cartesio:

$$n_{acqua} \sin 60^\circ = n_{zaffiro} \sin \alpha \quad \Rightarrow \quad \alpha = \sin^{-1} \left(\frac{n_{acqua}}{n_{zaffiro}} \sin 60^\circ \right) = \mathbf{41^\circ}$$

6. Il livello sonoro della lavastoviglie A è di 55 dB, mentre quello della lavastoviglie B è di 45 dB. Determina, in percentuale, di quanto è maggiore l'intensità del rumore della lavastoviglie A rispetto alla B.

$$\beta_A = 55 \text{ dB} \quad \beta_B = 45 \text{ dB} \quad \frac{I_A - I_B}{I_B} \cdot 100 = ?$$

Per la definizione di livello di intensità:

$$\beta_A = 10 \text{ dB} \log \frac{I_A}{I_0} \quad \Rightarrow \quad I_A = I_0 \cdot 10^{\frac{\beta_A}{10}} \quad \Rightarrow \quad \frac{I_A - I_B}{I_B} \cdot 100 = \frac{10^{\frac{\beta_A}{10}} - 10^{\frac{\beta_B}{10}}}{10^{\frac{\beta_B}{10}}} \cdot 100 = \mathbf{900 \%}$$

7. La corda *sol* di un violino è lunga 30,0 cm. Se viene posta in vibrazione con l'arco, senza premerla con le dita (nel linguaggio musicale si dice "suonare la corda vuota"), essa vibra a 196 Hz. Le note immediatamente più alte sulla scala sono il *la*, a 220 Hz, il *si*, a 247 Hz, il *do*, a 262 Hz, e il *re*, a 294 Hz. A quale distanza dall'estremità della corda bisogna premere col dito per suonare queste note?

$$f_1 = 196 \text{ Hz} \quad L_1 = 30,0 \text{ m} \quad f_2 = 220 \text{ Hz} \quad f_3 = 247 \text{ Hz} \quad f_3 = 262 \text{ Hz} \quad f_4 = 294 \text{ Hz} \quad L_2, L_3, L_4 = ?$$

Dalla relazione tra la frequenza in funzione della lunghezza della corda nella prima armonica:

$$f = \frac{v}{2L} \quad \Rightarrow \quad L_2 = L_1 - \frac{v}{2f_2} = L_1 - \frac{2f_1 L_1}{2f_2} = \left(1 - \frac{f_1}{f_2}\right) L_1 = \mathbf{3,3 \text{ cm}}$$

$$L_3 = \left(1 - \frac{f_1}{f_3}\right) L_1 = \mathbf{6,2 \text{ cm}} \quad L_4 = \left(1 - \frac{f_1}{f_4}\right) L_1 = \mathbf{10 \text{ cm}}$$

8. La frequenza delle onde in una corda dipende da vari fattori: dalla lunghezza e dalla massa della corda e dalla tensione della corda stessa. In che termini? Come interveniamo quando vogliamo accordare uno strumento a corda, come una chitarra? Perché il pianoforte a coda ha quella particolare forma?

La frequenza delle onde in una corda può essere espressa in questi termini:

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{\sqrt{\frac{F}{\mu}}}{\lambda} = \frac{v}{2L}$$

dove μ rappresenta la densità lineare della corda, ovvero il rapporto tra la massa della corda e la sua lunghezza e L è la lunghezza della corda, F la tensione.

La frequenza, quindi, è direttamente proporzionale alla radice quadrata della tensione, perciò aumentando la tensione, si aumenta la frequenza: è sulla tensione che agiamo quando vogliamo accordare uno strumento a corda come la chitarra, allentando o tirando la corda, cioè diminuendo o aumentando la frequenza del suono.

Dalla seconda relazione, notiamo che la frequenza e la lunghezza sono inversamente proporzionali, perciò corde lunghe producono basse frequenze, mentre corde corte le producono alte. Ecco perché il pianoforte a coda ha le corde più lunghe a sinistra, dove la frequenza è più bassa, ovvero le note sono più gravi.

9. Oggi sappiamo che la luce ha proprietà sia ondulatorie che corpuscolari e questo comportamento è chiamato dualismo onda-corpuscolo. In quali circostanze possiamo descrivere i fenomeni luminosi come se la luce viaggiasse in linea retta?

Il modello dell'ottica geometrica si basa su alcune considerazioni di carattere geometrico per descrivere fenomeni quali la riflessione e la rifrazione. Descrivi il fenomeno della riflessione ed enunciare la legge, distinguendo tra riflessione speculare e diffusione. Descrivi il fenomeno della rifrazione, facendo particolare riferimento all'indice di rifrazione ed enuncia la legge di Snell-Cartésio, facendo alcune riflessioni sulle proprietà qualitative di questo fenomeno. Descrivi infine il fenomeno della riflessione totale e presenta un esempio di questo fenomeno.

Quando la luce incontra corpi, ostacoli o aperture le cui dimensioni sono molto più grandi della lunghezza d'onda delle onde che la compongono, il suo carattere ondulatorio non si manifesta, perciò può essere approssimativamente descritta come un fascio di raggi luminosi che si propagano in linea retta. In molte situazioni quotidiane, ad esempio, l'approssimazione dell'ottica geometrica è ampiamente valida.

Riflessione: quando la luce colpisce una superficie liscia e lucida abbiamo il fenomeno della riflessione speculare, che si distingue dalla diffusione, quando la superficie è ruvida e la luce riflessa è rimandata in varie direzioni. Nel caso della riflessione, il raggio incidente, la normale alla superficie tracciata per il punto di incidenza e il raggio riflesso giacciono tutti sullo stesso piano e l'angolo di riflessione è uguale all'angolo di incidenza.

Rifrazione: quando la luce si propaga da un mezzo in cui ha una velocità v_1 a un altro in cui ha una velocità v_2 , in generale cambia la sua direzione. I due materiali, infatti, hanno un diverso indice di rifrazione: la velocità di propagazione della luce nel vuoto è pari a $3,00 \cdot 10^8$ m/s – ed è indicata con c – mentre la velocità in un qualsiasi mezzo è pari al rapporto tra la velocità nel vuoto e l'indice di rifrazione del mezzo. Nel caso della rifrazione, vale la legge di Snell-Cartésio: $n_1 \sin \vartheta_1 = n_2 \sin \vartheta_2$, dove i due angoli sono quelli che il raggio forma con la normale alla superficie di separazione. Secondo la legge, quando un raggio di luce passa da un oggetto 1 a un oggetto 2 con un indice di rifrazione minore, si avvicinerà alla normale, al contrario se ne allontanerà, se l'indice di rifrazione non cambia, non ci sarà cambio di direzione, perché maggiore è la differenza tra gli indici, maggiore è il cambiamento di direzione; infine, se un raggio passa da un mezzo all'altro lungo la normale, non verrà deviato.

Riflessione totale: quando un raggio di luce passa da un mezzo con un certo indice di rifrazione a un altro, in parte viene rifratto e in parte riflesso. Esiste però un angolo di incidenza per il quale il raggio rifratto forma con la normale un angolo di 90° , ovvero si ritrova diretto parallelamente alla superficie di separazione. Superato questo angolo, quindi, tutta la luce è riflessa indietro. Un'applicazione importante è data dalle fibre ottiche: in questo caso, il nucleo di vetro e il rivestimento esterno hanno indici di rifrazione molto diversi e, in questo modo, il raggio di luce può essere completamente riflesso.