

CLASSE 3<sup>A</sup> A LICEO SCIENTIFICO

23 maggio 2024

Esponenziali e logaritmi

«La matematica, più di altre, è una disciplina nella quale, al netto delle doti naturali (come, per esempio, i quadricipiti di Usain Bolt nella corsa), applicazione ed esercizio sono fondamentali.» (Chiara Valerio)

120 minuti – 100% – **Matematica**

COGNOME \_\_\_\_\_ NOME \_\_\_\_\_

1. Considera il grafico della funzione  $f(x)$  riportato nella figura 1. Determina: \_\_\_\_\_ / 4

$f(1) = \underline{\hspace{2cm}}$        $2^{f(-2)} = \underline{\hspace{2cm}}$        $3^{f(-\frac{1}{2})} = \underline{\hspace{2cm}}$        $4^{f(2)} = \underline{\hspace{2cm}}$

Risolvi le equazioni:

A.  $2^x - 4^{f(0)} = 2^{f(-\frac{1}{2})}$

B.  $2^{f(x)} > 1$

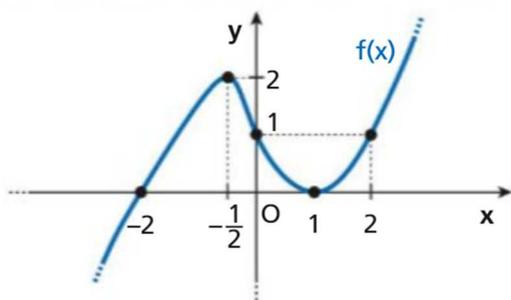


Figura 1

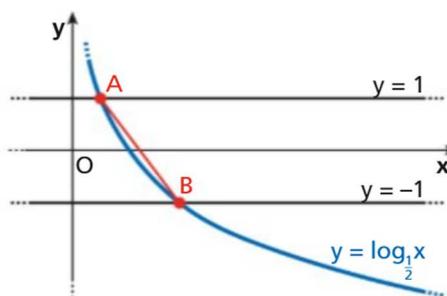


Figura 2

2. Determina il dominio di una delle seguenti funzioni, studiane il segno e determinane gli eventuali zeri. \_\_\_\_\_ / 7

$y = \frac{x-1}{4^{2x-5}-1}$        $y = \frac{1}{\log(2^x-1)}$

3. Risolvi la disequazione  $2^{-x} > |2x+4|$  usando il metodo grafico. \_\_\_\_\_ / 4

4. Trova le coordinate di A e B nella figura 2 e calcola la lunghezza del segmento AB. \_\_\_\_\_ / 6

Scegli uno solo dei problemi 5 e 6: indica il problema scelto: \_\_\_\_\_ / 5

5. Il broccolo romanesco ha una struttura molto affascinante: la parte che si consuma normalmente è composta da una serie di infiorescenze disposte lungo una spirale logaritmica. Il processo di accrescimento del raggio delle infiorescenze (o rosette) si può descrivere con l'equazione  $r = 2 \cdot 10^{-4} \cdot e^{\frac{1}{7}t}$  ( $t$  indica il tempo in giorni e  $r$  il raggio in  $cm$ ). Il broccolo è maturo quando il raggio delle rosette più grandi è compreso tra  $4\text{ cm}$  e  $8\text{ cm}$ . Quanti giorni impiega a maturare?

6. Cinque moli di gas perfetto contenute in un recipiente subiscono un'espansione isoterma alla temperatura di  $15^\circ\text{C}$ .

A. Il volume iniziale è di  $3,5\text{ L}$  e il lavoro termodinamico compiuto dal gas è di  $4,0 \cdot 10^3\text{ J}$ . Calcola il volume finale, sapendo che il lavoro termodinamico in una trasformazione isoterma è  $L = nRT \ln \frac{V_f}{V_o}$ .

B. Per quali valori del volume finale il lavoro compiuto sarebbe inferiore a  $500\text{ J}$ ?

(Ricorda che  $R = 8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol K}}$ )

7. 
$$\begin{cases} \frac{(\sqrt{49^x} - 7)(3^x - 1)}{64 - 2^x} \geq 0 \\ \sqrt{1 + 4^x} > \frac{1}{\sqrt{4^x - 1}} \end{cases} \quad \underline{\hspace{2cm}} / 14$$
8.  $3^{x+1} - \frac{1}{3^x} - 2 = 0 \quad \underline{\hspace{2cm}} / 7$
9.  $25 \cdot 2^{6x} > 16 \cdot 5^{3x} \quad \underline{\hspace{2cm}} / 4$
10.  $\frac{|2x - 1|}{3^x + 1} \leq 0 \quad \underline{\hspace{2cm}} / 3$
11.  $3 = \frac{14}{\log_5 x + 2} + \frac{4}{\log_5 x - 1} \quad \underline{\hspace{2cm}} / 7$
12.  $\log_5 x + \log_5(x\sqrt{5} - 4) = \frac{1}{2} \quad \underline{\hspace{2cm}} / 4$
13.  $\begin{cases} \log_2 x - \log_2 y = 4 \\ \log_2 x + \log_2 y = 0 \end{cases} \quad \underline{\hspace{2cm}} / 4$
14.  $\sqrt{4 - \log_2 x} > 3 \quad \underline{\hspace{2cm}} / 5$
15.  $\log_{\frac{1}{3}} \sqrt{\log_2 x} > \frac{1}{2} \quad \underline{\hspace{2cm}} / 7$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$x = 0$	(0; 12)	[12; 23)	[23; 32)	[32; 43,2)	[43, 2; 50)	[50; 59)	[59; 68)	[68; 81)	$x = 81$

**BUON LAVORO!!!**