1. Una palla è lanciata in alto verticalmente da una altezza di 1,5 m da terra. Resta in aria per 8,0 s e poi ritorna al punto di partenza.
   A. Quanto tempo dura l'andata? Qual è la velocità finale della palla all'andata?
   B. Qual è la velocità iniziale della palla?
   C. Che altezza raggiunge?

$$s_o = 1{,}5\,m \qquad t = 8{,}0\,s \qquad t_A? \qquad v_A? \qquad v_{o_A}? \qquad h?$$

A. Il moto è perfettamente simmetrico, perciò il tempo di andata e quello di ritorno sono uguali. Dato che il tempo totale è di 8,0 s, il tempo di andata è la metà, ovvero $\boldsymbol{t_A = 4,0\ s}$. La velocità finale della palla all'andata è nulla $\boldsymbol{v_A = 0\ m/s}$, visto che nel punto più alto la palla ha velocità nulla.

B. Per determinare la velocità iniziale della palla, consideriamo solo il moto dell'andata, che ha velocità finale nulla, accelerazione $a = -g$ e per la quale vale la legge oraria della velocità:

$$v = v_{o_A} + at \qquad \Longrightarrow \qquad v_{o_A} = v - at = 0 + gt_A = \boldsymbol{39\ m/s}$$

C. Per determinare l'altezza, uso la legge oraria:

$$h = s_o + v_o t + \frac{1}{2}at^2 = s_o + v_{o_A} t_A - \frac{1}{2}g t_{o_A}^2 = \boldsymbol{80\ m}$$

2. Nel moto di caduta libera, un oggetto acquista la velocità v dopo aver percorso una distanza H. Che distanza deve ancora percorrere per acquistare una velocità $2v$? Esprimi il risultato in funzione di H.

$$v_{o_1} = 0\,m/s \qquad a = g \qquad v_1 = v \qquad s_1 = H \qquad v_{o_2} = v_1 = v \qquad v_2 = 2v \qquad s_2(H)?$$

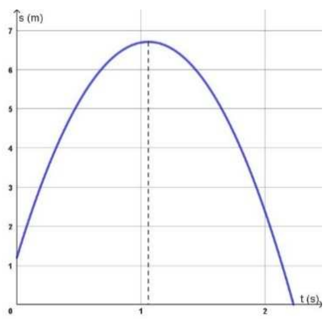
Esprimo l'altezza H in funzione delle velocità e dell'accelerazione:

$$s_1 = H = \frac{v_1^2 - v_{o_1}^2}{2a} \qquad \Longrightarrow \qquad H = \frac{v^2}{2g}$$

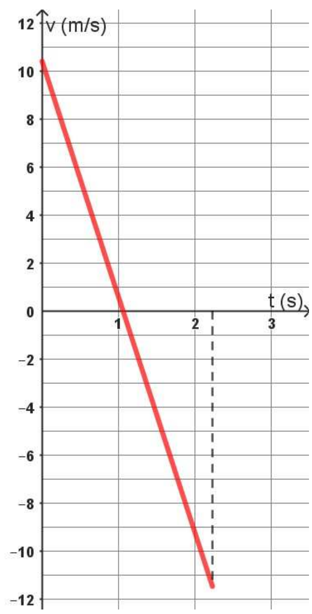
Faccio la stessa cosa per la distanza s_2 in modo da determinare la seconda altezza:

$$s_2 = \frac{v_2^2 - v_{o_2}^2}{2a} = \frac{(2v)^2 - v^2}{2g} = 3 \cdot \frac{v^2}{2g} = \boldsymbol{3H}$$

3. La figura 1 rappresenta il grafico spazio-tempo di un oggetto che viene lanciato in aria da un'altezza di $1{,}2\ m$ dal suolo con velocità di $10{,}4\ m/s$ e successivamente cade per terra.
   A. Disegna un grafico qualitativo della velocità.
   B. Determina la legge oraria.



A. Tengo lo stesso asse dei tempi, ricordo che nel punto più alto la velocità è nulla e che varia dal valore v_o fino a 0 durante il moto di salita e poi aumenta il suo valore in valore assoluto (ma restando negativa), dal punto più alto fino a toccare terra:



$$s_o = 1{,}2\,m \qquad v_o = 10{,}4\,m$$

B. La generica legge oraria, trattandosi di un moto uniformemente accelerato, è:

$$s = s_o + v_o t + \frac{1}{2}at^2$$

Posso, quindi, sostituire i valori numerici. Per quanto riguarda l'accelerazione, devo ricordare che $a = -g$:

$$\boldsymbol{s = 1,2 + 10,4\ t + \frac{1}{2}(-9,81)\ t^2}$$

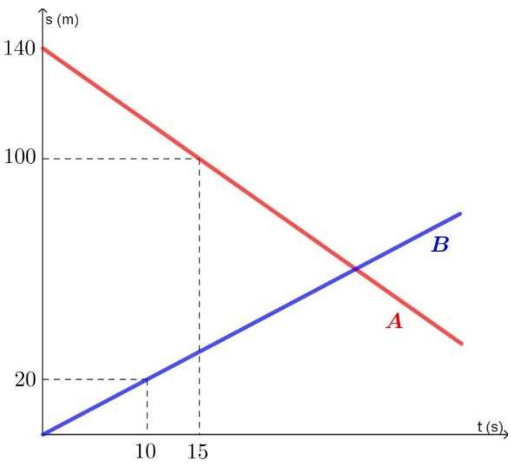
4. Con riferimento alla figura 2, che rappresenta il moto rettilineo di due oggetti A e B:
   A. Descrivi il moto dei due oggetti.
   B. Determina le leggi orarie dei due moti.
   C. Calcola dove e quando i due oggetti si incontrano.

$s_{o_B} = 0\ m \qquad s_{o_A} = 140\ m \qquad s_{1_B} = 20\ m \qquad t_{1_B} = 10\ s \qquad s_{1_A} = 100\ m \qquad t_{1_A} = 15\ s \qquad t? \qquad s?$

A. Determino innanzi tutto la velocità dei due oggetti a partire dai dati forniti dal grafico (e sopra riportati):

$$v_A = \frac{s_{1_A} - s_{o_A}}{t_{1_A} - t_o} = -\frac{8}{3}\ m/s \qquad v_B = \frac{s_{1_B} - s_{o_B}}{t_{1_B} - t_o} = 2\ m/s$$

È possibile, ora, descrivere i due moti:
L'oggetto A parte da $140\ m$ all'istante $0\ s$ e procede, all'indietro, con una velocità costante di $-2{,}7\ m/s$.
L'oggetto B parte dall'origine all'istante $0\ s$ e procede in avanti con una velocità costante di $2\ m/s$.
In entrambi i casi si tratta di un moto rettilineo uniforme.



B. La generica legge oraria del moto rettilineo uniforme è: $s = s_o + vt$.
Sostituendo i valori, ottengo:

$$\boldsymbol{A: s = 140 - \frac{8}{3}t} \qquad \boldsymbol{B: s = 2t}$$

C. Per determinare dove e quando i due oggetti si incontrano, risolvo il sistema applicando il metodo del confronto:

$$\begin{cases} s = 140 - \frac{8}{3}t \\ s = 2t \end{cases} \Rightarrow \quad 2t = 140 - \frac{8}{3}t \quad \Rightarrow \quad \frac{14}{3}t = 140 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} \boldsymbol{t = 30\ s} \\ \boldsymbol{s = 60\ m} \end{cases}$$

5. Un camion procede a $25\ m/s$ lungo una strada pianeggiante. Il camion trasporta una grossa cassa. Il coefficiente di attrito fra il pianale e la cassa su di esso è $0{,}65$. Calcola la minima distanza in cui il camion può fermarsi senza che la cassa scivoli sul pianale.

$$v_o = 25\ m/s \qquad \mu = 0{,}65 \qquad v = 0\ m/s \qquad s?$$

Si tratta di un moto uniformemente accelerato, perché la cassa non scivoli sul pianale, la forza frenante può essere, al massimo, pari alla forza di attrito, perciò:

$$ma = -F_A$$

Scrivo l'accelerazione in funzione delle velocità e dello spazio percorso:

$$a = \frac{v^2 - v_o^2}{2s} = -\frac{v_o^2}{2s}$$

Essendo la forza di attrito uguale al prodotto tra la forza premente (il peso) e il coefficiente di attrito ottengo:

$$-m\frac{v_o^2}{2s} = -\mu m g$$

A questo punto è possibile determinare la minima distanza richiesta:

$$s = \frac{v_o^2}{2\mu g} = \boldsymbol{49\ m}$$

6. Due forze $\vec{F}_1 = (2{,}0\ N)\ \hat{y}$ e $\vec{F}_2 = (2{,}0\ N)\ \hat{x}$ sono applicate a un oggetto di massa $0{,}50\ kg$ in moto con velocità $\vec{v} = (1{,}0\ m/s)\ \hat{x} + (2{,}0\ m/s)\ \hat{y}$. Determina il vettore velocità dell'oggetto dopo $3{,}0\ s$.

$$\vec{F}_1 = (2{,}0\ N)\ \hat{y} \qquad \vec{F}_2 = (2{,}0\ N)\ \hat{x} \qquad m = 0{,}50\ kg \qquad \vec{v}_o = (1{,}0\ m/s)\ \hat{x} + (2{,}0\ m/s)\ \hat{y} \qquad t = 3{,}0\ s \qquad \vec{v}?$$

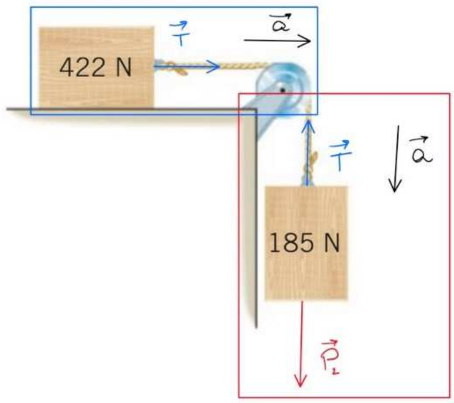
Per applicare la legge oraria della velocità: $\vec{v} = \vec{v}_o + \vec{a}t$, devo determinare l'accelerazione utilizzando il secondo principio:

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = m\vec{a} \qquad \Longrightarrow \qquad a = \frac{\vec{F}_1 + \vec{F}_2}{m}$$

$$\vec{v} = \vec{v}_o + \vec{a}t = \vec{v}_o + \frac{\vec{F}_1 + \vec{F}_2}{m}t = \boldsymbol{(13\ m/s)\ \hat{x} + (14\ m/s)\ \hat{y}}$$

7. La figura 3 mostra un blocco su un tavolo collegato tramite una fune a un secondo blocco sospeso. La fune passa sopra una carrucola bloccata. Il peso del blocco sul tavolo è 422 N e quello del blocco appeso è 185 N. Trascura gli attriti e supponi che la fune sia priva di massa. Aiutandoti con il diagramma delle forze, calcola l'accelerazione dei due blocchi e la tensione della fune.

$$P_1 = 422\ N \qquad P_2 = 185\ N \qquad a? \qquad T?$$



Dopo aver realizzato il diagramma delle forze a lato, ricostruisco le equazioni evidenziate dai rettangoli blu e rosso:

$$\begin{cases} T = m_1 a \\ P_2 - T = m_2 a \end{cases}$$

Risolvo il sistema per determinare tensione T e accelerazione a: sommando le equazioni membro a membro, trovo subito l'accelerazione:

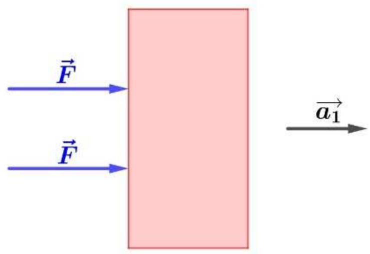
$$P_2 = m_1 a + m_2 a \qquad m_1 = \frac{P_1}{g} \qquad m_2 = \frac{P_2}{g}$$

$$P_2 = a\,(m_1 + m_2) = a\left(\frac{P_1}{g} + \frac{P_2}{g}\right) = \frac{a}{g}(P_1 + P_2)$$

$$a = g\frac{P_2}{P_1 + P_2} = \mathbf{2{,}99\ m/s^2} \qquad T = m_1 a = \frac{P_1}{g}\cdot g\frac{P_2}{P_1 + P_2} = \frac{P_1 P_2}{P_1 + P_2} = \mathbf{129\ N}$$

8. Una navicella spaziale ha due motori che esercitano forze di uguale modulo e possono essere ruotati. Quando i motori imprimono la spinta nella stessa direzione, la navicella impiega $28\ s$ per coprire una certa distanza partendo da ferma. Calcola quanto impiega la navicella a percorrere la stessa distanza, partendo da ferma, quando i motori sono ruotati in modo da esercitare forze perpendicolari tra loro.

$$t_1 = 28\ s \qquad t_2?$$

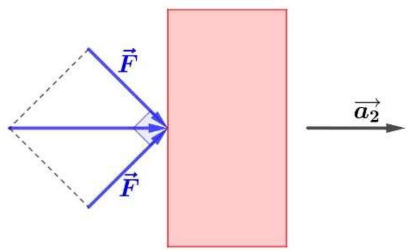


Nel primo caso, la forza totale dei motori agente sulla navicella spaziale è $F_t = 2F$ e, per il secondo principio:

$$F_t = ma_1 \qquad \Longrightarrow \qquad a_1 = \frac{F_t}{m} = \frac{2F}{m}$$

La distanza percorsa, applicando la legge oraria del moto uniformemente accelerato, è:

$$s_1 = \frac{1}{2}a_1 t_1^2 = \frac{F}{m}t_1^2$$



Nel secondo caso, la forza totale dei motori agente sulla navicella spaziale è (applicando il teorema di Pitagora) $F'_t = F\sqrt{2}$ e, per il secondo principio:

$$F'_t = ma_2 \qquad \Longrightarrow \qquad a_2 = \frac{F'_t}{m} = \frac{F\sqrt{2}}{m}$$

La distanza percorsa, applicando la legge oraria del moto uniformemente accelerato, è:

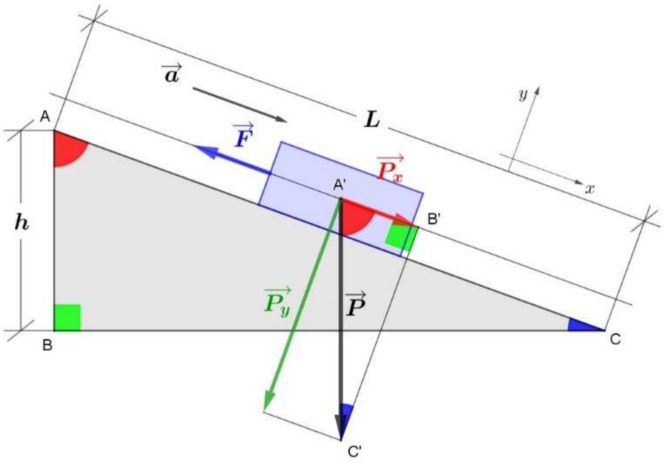
$$s_2 = \frac{1}{2}a_2 t_2^2 = \frac{F\sqrt{2}}{2m}t_2^2$$

Dato che le due distanze sono uguali, ho l'equazione che mi permette di determinare il tempo t_2, ponendo: $s_1 = s_2$

$$\frac{F}{m}t_1^2 = \frac{F\sqrt{2}}{2m}t_2^2 \qquad \Longrightarrow \qquad t_2^2 = \frac{2}{\sqrt{2}}t_1^2 = \sqrt{2}t_1^2 \qquad \Longrightarrow \qquad t_2 = t_1\sqrt[4]{2} = \mathbf{33\ s}$$

9. In un impianto di riciclaggio, i rifiuti giungono con una velocità di $0{,}50\ m/s$ alla sommità di un piano inclinato di $10°$, su cui scivolano per giungere su un nastro trasportatore orizzontale. I rifiuti devono giungere in fondo al piano inclinato con una velocità di $3{,}0\ m/s$ per riuscire a passare sul nastro trasportatore. Il coefficiente di attrito dinamico tra il piano inclinato e i rifiuti è $0{,}12$. Quanto deve essere lungo il piano inclinato?

$$v_1 = 0{,}50\ m/s \qquad \alpha = 10° \qquad v_2 = 3{,}0\ m/s \qquad \mu = 0{,}12 \qquad L?$$



Considero solamente le forze agenti lungo l'asse x e, dal diagramma delle forze a lato ottengo:

$$P_x - F = ma \qquad (*)$$

dove F è la forza di attrito. Dato che:

$$P_x = P\sin\alpha \qquad F = \mu P_y = \mu P\cos\alpha$$

Sostituendo nella relazione $(*)$, ottengo:

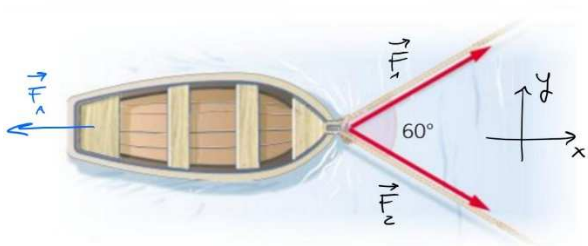
$$mg\sin\alpha - \mu mg\cos\alpha = ma \quad \Rightarrow \quad a = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$$

Per le leggi del moto uniformemente accelerato, esprimendo l'accelerazione in funzione delle velocità e dello spostamento (che in questo caso corrisponde alla lunghezza del piano), ottengo:

$$a = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2L} \quad \Rightarrow \quad L = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2a} = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)} = \mathbf{8,0\ m}$$

10. Due pescatori devono spostare una barca di massa $130\ kg$ trainandola da prua con due funi che formano tra loro un angolo di $60°$ (figura 4). La forza di attrito tra la chiglia della barca e l'acqua è $200\ N$. Le forze applicate dai due pescatori hanno entrambe modulo $150\ N$. Determina modulo e direzione dell'accelerazione della barca.
Dieci secondi dopo che la barca ha cominciato a muoversi, i due pescatori lasciano improvvisamente le funi. Scrivi la legge oraria della barca, a partire da quando la barca viene tirata.

$$m = 130\ kg \qquad \alpha = 60° \qquad F_A = 200\ N \qquad F_1 = F_2 = F = 150\ N \qquad t_1 = 10\ s \qquad \vec{a}?$$



Determino la somma delle forze, usando come sistema di riferimento quello indicato in figura, con l'asse x lungo la bisettrice tra le due forze F_1 e F_2. Ottengo un risultato nullo per quanto riguarda la componente y, dato che le due forze F_1 e F_2 sono uguali e simmetriche rispetto all'asse x.
Lungo l'asse x la somma delle forze è data da:

$$F_x = 2F\cos 30° - F_A$$

Per il secondo principio della dinamica: $\vec{F} = m\vec{a} \quad \Rightarrow \quad \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$

Si è già visto che lo spostamento della barca avverrà lungo l'asse x e, quindi, anche **l'accelerazione avrà direzione e verso uguali a quelli dell'asse x**:

$$a_1 = \frac{2F\cos 30° - F_A}{m} = \mathbf{0,46\ m/s^2}$$

La legge oraria è quella di un moto uniformemente accelerato: $s = s_o + v_o t + \frac{1}{2}a_2 t^2$

Dove $\quad s_o = \frac{1}{2}a_1 t_1^2,\ v_o = a_1 t_1$

e l'accelerazione è data, in questo caso, solo dall'azione della forza di attrito, dato che le due forze non agiscono più (i due pescatori hanno lasciato le funi):

$$a_2 = -\frac{F_A}{m}$$

Concludendo e sostituendo i valori numerici: $\mathbf{s = 23 + 4,6\ (t-10) - 0,77\ (t-10)^2}$