1. Una corda viene attraversata da un'onda armonica la cui equazione è: $y(x;t) = 0{,}600 \cos\left(4{,}26\, t - 1{,}59\, x + \frac{\pi}{8}\right)$ in cui le unità di misura utilizzate sono quelle del SI. Determina:
   A. la frequenza e la lunghezza d'onda;
   B. la velocità dell'onda;
   C. la tensione a cui è sottoposta la corda nell'eventualità che abbia una densità lineare di 163 g/m.

L'equazione generica dell'onda armonica è: $y(x;t) = a \cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}(x - vt) + \varphi_o\right]$ dove a è l'ampiezza, λ è la lunghezza d'onda, v la velocità di propagazione dell'onda, φ_o la fase. Nel caso particolare dell'equazione data, abbiamo: $y(x;t) = a \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x - \frac{2\pi}{\lambda}vt + \varphi_o\right)$ e sapendo che $v = \frac{\lambda}{T}$, otteniamo $T = \frac{\lambda}{v}$, perciò: $y(x;t) = a\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x - \frac{2\pi}{T}t + \varphi_o\right)$. Possiamo quindi rispondere alle domande:

A. La frequenza, sapendo che è il reciproco del periodo, è data da:

$$\frac{2\pi}{T} = 4{,}26\, s^{-1} \quad \Rightarrow \quad 2\pi f = 4{,}26\, s^{-1} \quad \Rightarrow \quad f = \frac{4{,}26}{2\pi}\, Hz = \mathbf{0{,}678\, Hz}$$

La lunghezza d'onda è data da: $1{,}59\, m^{-1} = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{2\pi}{1{,}59\, m^{-1}} = \mathbf{3{,}95\, m}$.

B. $v = \lambda f = \mathbf{2{,}68\, m/s}$.

C. La velocità di un'onda su una corda è data da: $v = \sqrt{T/d_L}$, dove la densità lineare d_L è data dal rapporto tra la massa della corda e la sua lunghezza e T è la tensione della corda, perciò: $T = v^2\, d_L = \mathbf{1{,}17\, N}$.

2. Un'onda sonora si propaga dall'estremità di una sbarra di piombo e ha una lunghezza d'onda di $25{,}0\, cm$, con una velocità di $1230\, m/s$. Qual è la frequenza del suono? Se un ascoltatore ha posizionato l'orecchio in corrispondenza dell'altra estremità della sbarra e sente il suono dopo $0{,}100\, s$, qual è la lunghezza della sbarra?

$$\lambda = 25{,}0\, cm \qquad v = 1230\, m/s \qquad f? \qquad t = 0{,}100\, s \qquad L?$$

Considerando che la velocità del suono è data dal prodotto tra lunghezza d'onda e frequenza, possiamo determinare la frequenza come rapporto tra velocità e lunghezza d'onda: $f = \frac{v}{\lambda} = \mathbf{4920\, Hz}$.

Sapendo che la velocità è costante ed è data dal rapporto tra lunghezza e tempo, possiamo determinare la lunghezza della sbarra come prodotto tra velocità e tempo: $L = vt = \mathbf{123\, m}$.

3. Dimostra che, qualunque sia l'intensità sonora di una sorgente, se ne aggiungiamo un'altra a essa equivalente il livello di intensità sonora aumenta di 3 dB.

Sapendo che $L = 10\, \log_{10}\frac{I}{I_o}$, dove I è l'intensità sonora della sorgente e I_o la minima intensità percepibile, determiniamo la differenza tra il livello di intensità sonora con un'intensità sonora doppia e il livello di intensità sonora iniziale, applicando la proprietà dei logaritmi, quella della differenza tra due logaritmi, data dal logaritmo del quoziente tra i due argomenti:

$$\Delta L = 10\, \log_{10}\frac{2I}{I_o} - 10\, \log_{10}\frac{I}{I_o} = 10\left(\log_{10}\frac{2I}{I_o} - \log_{10}\frac{I}{I_o}\right) = 10\, \log_{10}\left(\frac{2I}{I_o} : \frac{I}{I_o}\right) = 10\, \log_{10} 2 = \mathbf{3\, dB}$$

4. Un treno, avvicinandosi a una stazione alla velocità di $115{,}2\, km/h$, emette un fischio con una frequenza di $600\, Hz$. Determina la frequenza e la lunghezza d'onda per un uomo che aspetta fermo in stazione.

$$v = 115{,}2\, km/h \qquad f = 600\, Hz \qquad f'? \qquad \lambda?$$

Per una sorgente in movimento e che si avvicina, vale la relazione: $f' = \frac{v_o}{v_o - v}\, f$, dove $v_o = 340\, m/s$ è la velocità del suono nell'aria.

$$f' = \frac{v_o}{v_o - v}\, f = \mathbf{662\, Hz} \qquad\qquad v = \lambda f' \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{v}{f'} = \mathbf{51{,}3\, cm}$$

5. Due cariche positive di 3,0 μC e 0,60 μC sono poste agli estremi di un segmento lungo 30 cm. Calcola la forza esercitata complessivamente dalle due cariche su una terza carica negativa di intensità 50 μC posta nel punto medio del segmento.

$$q_1 = 3{,}0 \cdot 10^{-6}\ C \qquad q_2 = 6{,}0 \cdot 10^{-7}\ C \qquad 2L = 0{,}30\ m \qquad q_3 = 5{,}0 \cdot 10^{-5}\ C \qquad F?$$

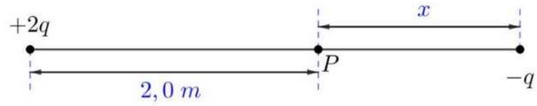
Le forze che agiscono sulla terza carica per effetto delle due cariche positive hanno la stessa direzione (ovvero quella del segmento congiungente le due cariche positive), ma verso opposto, in quanto entrambe attrattive, perciò per determinare la forza complessiva, devo fare la differenza tra le due forze:

$$F = F_{1,3} - F_{2,3} = k_o \frac{q_1 q_3}{L^2} - k_o \frac{q_2 q_3}{L^2} = \mathbf{48\ N}$$

verso la carica q_1.

6. Determina la distanza x per la quale il campo elettrico nel punto P dovuto a entrambe le cariche è il doppio di quello che viene generato dalla sola carica $-q$ sempre nel punto P.

Il testo dice che il campo elettrico totale, quello dovuto a entrambe le cariche, deve essere doppio rispetto a quello dovuto alla singola carica, ovvero $E = 2\, E_{-q}$. Il campo elettrico totale in P è dovuto al campo elettrico generato da $+2q$, rivolto verso destra perché uscente dalla carica, e al campo generato da $-q$, sempre rivolto verso destra. Indicando con d la distanza tra P e la carica $+2q$, otteniamo:



$$k_o \frac{2q}{d^2} + k_o \frac{q}{x^2} = 2\, k_o \frac{q}{x^2}$$

E a questo punto, semplificando, possiamo determinare la distanza x:

$$\frac{2}{d^2} = \frac{1}{x^2} \qquad x^2 = \frac{d^2}{2} \qquad x = \frac{d}{\sqrt{2}} = \mathbf{1,4\ m}$$

7. Sapendo che i valori del flusso del campo elettrico attraverso le facce di un tetraedro sono $15{,}0\ N\ m^2/C$, $-12{,}0\ N\ m^2/C$, $-8{,}0\ N\ m^2/C$, $13{,}0\ N\ m^2/C$, calcola il valore della carica contenuta al suo interno.

Trovo il flusso totale sommando i quattro flussi e trovo $8{,}0\ N\ m^2/C$. Dal teorema di Gauss so che il flusso è dato dal rapporto tra la carica contenuta all'interno della superficie e la costante dielettrica del vuoto, perciò la carica è data dal prodotto tra il modulo del flusso e la costante dielettrica del vuoto:

$$Q = \Phi\, \varepsilon_o = \mathbf{7,1 \cdot 10^{-11}\ C}$$

8. Una carica di $5{,}0 \cdot 10^{-8}\ C$ si trova nel vuoto all'interno di una sfera che ha una superficie di $45\ m^2$. Calcola il modulo del campo elettrico sulla superficie della sfera.

$$Q = 5{,}0 \cdot 10^{-8}\ C \qquad S = 45\ m^2 \qquad E?$$

Sappiamo che il campo elettrico sulla superficie della sfera è dato da $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{Q}{r^2}$ e, sapendo che la superficie della sfera è data da $S = 4\pi r^2$, il campo elettrico è:

$$E = \frac{1}{4\pi r^2}\frac{Q}{\varepsilon_o} = \frac{Q}{S\varepsilon_o} = \mathbf{1,3 \cdot 10^{2}\ N/C}$$

9. Un condensatore ha le armature circolari di raggio $10\ mm$ e il campo elettrico tra le armature è $4{,}3 \cdot 10^6\ N/C$. Calcola la carica di ciascuna armatura.

$$r = 10\ mm \qquad E = 4{,}3 \cdot 10^6\ N/C \qquad Q?$$

Il campo elettrico all'interno del condensatore è dato da $E = \frac{\sigma}{\varepsilon_o}$, dove σ è la densità superficiale di carica, ovvero è data dal rapporto tra la carica e la superficie (in questo caso una circonferenza di raggio r, quindi data da πr^2). Perciò:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_o} = \frac{Q}{\pi r^2 \varepsilon_o} \quad \Rightarrow \quad Q = \pi r^2 \varepsilon_o E = \mathbf{1,2 \cdot 10^{-8}\ C}$$

10. Le forze elettriche compiono un lavoro di 0,020 J per portare una carica complessiva negativa fra due punti di un campo elettrico. Se la differenza di potenziale tra quei due punti è di $6{,}25 \cdot 10^3\ V$, quanti elettroni concorrono a formare la carica in questione?

$$W = 0{,}020\ J \qquad \Delta V = 6{,}25 \cdot 10^3\ V \qquad N?$$

Sapendo che $W = -\Delta U$ e che $\Delta V = \Delta U/q$, ma anche che la carica è data dal prodotto tra il numero degli elettroni e la carica dell'elettrone, otteniamo:

$$W = -q\,\Delta V \quad \Rightarrow \quad Ne^- = -\frac{W}{\Delta V} \quad \Rightarrow \quad N = -\frac{W}{e^-\,\Delta V} = \mathbf{2{,}0 \cdot 10^{13}}$$

11. Un condensatore di capacità $9{,}2 \cdot 10^{-10}\ F$ è formato da due armature a facce piane e parallele, di forma circolare con raggio 12 cm, separate da un'intercapedine di silicio (costante dielettrica 12). Determina a quale distanza sono poste le armature.

$$C = 9{,}2 \cdot 10^{-10}\ F \qquad r = 0{,}12\ m \qquad \varepsilon_r = 12 \qquad d?$$

La capacità di un condensatore è direttamente proporzionale alla superficie delle armature e inversamente proporzionale alla distanza tra le stesse. La costante di proporzionalità è data dal prodotto tra la costante dielettrica nel vuoto e la costante dielettrica del materiale interposto tra le armature, perciò:

$$C = \varepsilon_o \varepsilon_r \frac{\pi r^2}{d} \quad \Rightarrow \quad d = \varepsilon_o \varepsilon_r \frac{\pi r^2}{C} = \mathbf{5{,}2 \cdot 10^{-3}\ m}$$

12. Vuoi accumulare una carica di $20\ \mu C$ collegando in parallelo dei condensatori identici di capacità pari a $5{,}0 \cdot 10^{-8}\ F$. La differenza di potenziale ai capi del parallelo è 50 V. Quanti condensatori bisogna utilizzare?

$$Q = 20\ \mu C \qquad C = 5{,}0 \cdot 10^{-8}\ F \qquad \Delta V = 50\ V \qquad N?$$

Quando i condensatori vengono collegati in parallelo, la capacità totale è data dalla somma delle singole capacità e, in questo caso – visto che i condensatori sono uguali – la capacità totale è data dal prodotto del numero dei condensatori N per la loro capacità. Sappiamo inoltre che la capacità è data dal rapporto tra la carica e la differenza di potenziale, perciò:

$$C_{tot} = NC = \frac{Q}{\Delta V} \quad \Rightarrow \quad N = \frac{Q}{C \cdot \Delta V} = \mathbf{8}$$