1. Dati a = 5 e b = 3, determina l'equazione di un'ellisse che abbia a e b come semiassi. Determina inoltre i fuochi e rappresentala.

$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$ $\quad c=\sqrt{a^2-b^2}=4$ $\quad F\ (\pm 4;\ 0)$

2. Determina l'equazione dell'ellisse sapendo che a = 10 e che i fuochi hanno coordinate $(\pm 8;\ 0)$.

$c=8 \quad a=10$, posso quindi determinare b: $b=\sqrt{a^2-c^2}=\sqrt{100-64}=\sqrt{36}=6$

$$\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{36}=1$$

3. Data l'ellisse $4x^2+9y^2=144$, rappresentala, determinane i fuochi e l'eccentricità.

Determino l'equazione canonica dell'ellisse: $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{16}=1$

Determino i fuochi: $c=\sqrt{a^2-b^2}=\sqrt{36-16}=2\sqrt{5}$ $\quad F\ (\pm 2\sqrt{5};\ 0)$

Determino l'eccentricità: $e=\frac{c}{a}=\frac{2\sqrt{5}}{6}=\frac{\sqrt{5}}{3}$

4. Determina le intersezioni della retta $x-2y=1$ con l'ellisse di vertici A (5; 0) e B (0; 2).

Determino l'equazione dell'ellisse, dato che abbiamo i vertici:

$a=5 \quad b=2 \qquad \frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{4}=1$

Determino le coordinate dei punti di intersezione tra retta ed ellisse, mettendo a sistema le due equazioni:

$$\begin{cases}\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{4}=1\\ x-2y=1\end{cases} \qquad \begin{cases}4x^2+25y^2=100\\ x=2y+1\end{cases} \qquad \begin{cases}4(4y^2+4y+1)+25y^2=100\\ x=2y+1\end{cases}$$

$$\begin{cases}16y^2+16y+4+25y^2=100\\ x=2y+1\end{cases} \qquad \begin{cases}41y^2+16y-96=0\\ x=2y+1\end{cases}$$

$$\begin{cases}y_{1,2}=\frac{-8\pm\sqrt{64+3936}}{41}=\frac{-8\pm 20\sqrt{10}}{41}\\ x=\frac{-16\pm 40\sqrt{10}+41}{41}=\frac{25\pm 40\sqrt{10}}{41}\end{cases}$$

5. Determina l'equazione dell'ellisse avente l'asse maggiore sull'asse *x*, la distanza focale uguale a 6 e passante per il punto $P\left(4;\dfrac{12}{5}\right)$

Siccome la distanza focale è 6: $c=3$

Impongo il passaggio dell'ellisse per il punto P: $\dfrac{16}{a^2}+\dfrac{144}{25\,b^2}=1$.

Metto a sistema le due condizioni: $\begin{cases} a^2-b^2=9 \\ 400\,b^2+144\,a^2=25\,a^2b^2 \end{cases}$

$\begin{cases} a^2=b^2+9 \\ 400\,b^2+144\,(b^2+9)=25\,b^2\,(b^2+9) \end{cases}$ $\begin{cases} a^2=b^2+9 \\ 400\,b^2+144\,b^2+1296=25\,b^4+225\,b^2 \end{cases}$

$\begin{cases} a^2=b^2+9 \\ 25\,b^4-319\,b^2-1296=0 \end{cases}$ $b_{1,2}^2=\dfrac{319\pm 481}{50}=\left\langle \begin{matrix} 16 \\ -\dfrac{162}{50}\ \ non\ \ acc. \end{matrix} \right.$

$\begin{cases} a^2=25 \\ b^2=16 \end{cases}$ $\boxed{\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{16}=1}$

6. Determina l'equazione dell'ellisse avente fuoco in F (4; 0) ed eccentricità 2/3.

$\begin{cases} c=4 \\ \dfrac{c}{a}=\dfrac{2}{3} \end{cases}$ $\begin{cases} c=4 \\ \dfrac{4}{a}=\dfrac{2}{3} \end{cases}$ $\begin{cases} c=4 \\ a=6 \end{cases}$

$\begin{cases} \sqrt{a^2-b^2}=4 \\ a=6 \end{cases}$ $\begin{cases} a^2-b^2=16 \\ a=6 \end{cases}$ $\begin{cases} 36-b^2=16 \\ a=6 \end{cases}$

$\begin{cases} b^2=20 \\ a=6 \end{cases}$ $\boxed{\dfrac{x^2}{36}+\dfrac{y^2}{20}=1}$

7. Determina l'equazione dell'ellisse avente un vertice in (0; 3) e un fuoco in (4; 0).

$\begin{cases} b=3 \\ c=4 \end{cases}$ $\begin{cases} b=3 \\ \sqrt{a^2-b^2}=4 \end{cases}$ $\begin{cases} b=3 \\ a^2-9=16 \end{cases}$ $\boxed{\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1}$

8. Determina l'equazione dell'ellisse avente fuochi in (4; 0) e l'asse maggiore lungo 10.

$$\begin{cases} c = 4 \\ a = 5 \end{cases} \qquad \begin{cases} a = 5 \\ \sqrt{a^2 - b^2} = 4 \end{cases} \qquad \begin{cases} a = 5 \\ 25 - b^2 = 16 \end{cases} \qquad \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$$

9. Determina l'equazione dell'ellisse di eccentricità $\frac{\sqrt{7}}{4}$ e passante per $P\left(2\sqrt{3}; \frac{3}{2}\right)$.

Nel caso in cui l'ellisse abbia per asse focale l'asse x:

$$\begin{cases} \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{7}}{4} \\ \frac{12}{a^2} + \frac{9}{4b^2} = 1 \end{cases} \qquad \begin{cases} \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} = \frac{\sqrt{7}}{4} \\ 48b^2 + 9a^2 = 4a^2b^2 \end{cases} \qquad \begin{cases} \frac{a^2 - b^2}{a^2} = \frac{7}{16} \\ 48b^2 + 9a^2 = 4a^2b^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 16a^2 - 16b^2 = 7a^2 \\ 48b^2 + 9a^2 = 4a^2b^2 \end{cases} \qquad \begin{cases} 9a^2 - 16b^2 = 0 \\ 48b^2 + 9a^2 = 4a^2b^2 \end{cases} \qquad \begin{cases} a^2 = \frac{16}{9}b^2 \\ 48b^2 + 9a^2 = 4a^2b^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2 = \frac{16}{9}b^2 \\ 48b^2 + 16b^2 = \frac{64}{9}b^4 \end{cases} \qquad \begin{cases} a^2 = \frac{16}{9}b^2 \\ 64b^2 = \frac{64}{9}b^4 \end{cases} \qquad \begin{cases} a^2 = 16 \\ b^2 = 9 \end{cases} \qquad \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$$

Nel caso in cui l'ellisse abbia per asse focale l'asse y:

$$\begin{cases} \frac{c}{b} = \frac{\sqrt{7}}{4} \\ \frac{12}{a^2} + \frac{9}{4b^2} = 1 \end{cases} \qquad \begin{cases} \frac{\sqrt{b^2 - a^2}}{b} = \frac{\sqrt{7}}{4} \\ 48b^2 + 9a^2 = 4a^2b^2 \end{cases} \qquad \begin{cases} \frac{b^2 - a^2}{b^2} = \frac{7}{16} \\ 48b^2 + 9a^2 = 4a^2b^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 16b^2 - 16a^2 = 7b^2 \\ 48b^2 + 9a^2 = 4a^2b^2 \end{cases} \qquad \begin{cases} 9b^2 - 16a^2 = 0 \\ 48b^2 + 9a^2 = 4a^2b^2 \end{cases} \qquad \begin{cases} a^2 = \frac{9}{16}b^2 \\ 48b^2 + 9a^2 = 4a^2b^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2 = \frac{9}{16}b^2 \\ 48b^2 + \frac{81}{16}b^2 = \frac{9}{4}b^4 \end{cases} \qquad \begin{cases} a^2 = \frac{16}{9}b^2 \\ \frac{849}{16}b^2 = \frac{9}{4}b^4 \end{cases} \qquad \begin{cases} a^2 = \frac{849}{64} \\ b^2 = \frac{283}{12} \end{cases} \qquad 64x^2 + 36y^2 = 849$$