

1. Quattro cariche puntiformi occupano, nel vuoto, i vertici di un quadrato di lato 4,8 cm. Sapendo che l'energia potenziale del sistema è  $2,5 \cdot 10^{-6} J$  e che le cariche di tre vertici consecutivi hanno valore  $Q_1 = -4,0 nC$ ,  $Q_2 = 2,5 nC$  e  $Q_3 = -3,3 nC$ , determina modulo e segno della quarta carica.

$$L = 4,8 \text{ cm} \quad U = 2,5 \cdot 10^{-6} J \quad Q_1 = -4,0 nC \quad Q_2 = 2,5 nC \quad Q_3 = -3,3 nC \quad Q_4?$$

Per determinare l'energia potenziale del sistema, si considerano le cariche a coppie e abbiamo sei abbinamenti:

$$U = k_o \left( \frac{Q_1 Q_2}{L} + \frac{Q_1 Q_3}{L\sqrt{2}} + \frac{Q_1 Q_4}{L} + \frac{Q_2 Q_3}{L} + \frac{Q_2 Q_4}{L\sqrt{2}} + \frac{Q_3 Q_4}{L} \right)$$

Dalla formula inversa posso ricavare il valore della carica  $Q_4$ :

$$\frac{UL}{k_o} = Q_1 Q_2 + \frac{Q_1 Q_3}{\sqrt{2}} + Q_2 Q_3 + Q_4 \left( Q_1 + \frac{Q_2}{\sqrt{2}} + Q_3 \right)$$

$$Q_4 = \frac{\frac{UL}{k_o} - Q_1 Q_2 - \frac{Q_1 Q_3}{\sqrt{2}} - Q_2 Q_3}{Q_1 + \frac{Q_2}{\sqrt{2}} + Q_3} = -4,0 nC$$

2. Un elettrone, inizialmente fermo, viene accelerato da una differenza di potenziale di  $1,0 \cdot 10^5 V$ , applicata tra i punti A e B. Qual è la sua velocità finale?

$$\Delta V = 1,0 \cdot 10^5 V \quad q = -1,6 \cdot 10^{-19} C \quad m = 9,11 \cdot 10^{-31} kg \quad v_o = 0 \quad v?$$

Possiamo procedere in due modi diversi:

PRIMO MODO: Principio di conservazione dell'energia meccanica:

$$\Delta K = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m v_o^2 = -\Delta U = -q \Delta V \quad v = \sqrt{-\frac{2q \Delta V}{m}} = 1,9 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

SECONDO MODO: Dalle relazioni della cinematica:

$$a = \frac{v^2 - v_o^2}{2s} = \frac{v^2}{2s} \Rightarrow v = \sqrt{2as} = \sqrt{2 \frac{F}{m} s} = \sqrt{\frac{2Eqs}{m}} = \sqrt{2 \frac{(-\Delta V)}{s} qs} = 1,9 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

3. Un condensatore piano è realizzato con due lastre circolari di raggio 11,0 cm poste, in aria, a una distanza di 2,50 mm. Il campo elettrico tra le armature è  $8,02 \cdot 10^4 V/m$ . Determina la capacità del condensatore. Calcola la carica di ciascuna armatura e la differenza di potenziale tra le armature.

$$r = 11,0 \text{ cm} \quad d = 2,50 \text{ mm} \quad E = 8,02 \cdot 10^4 V/m \quad C? \quad Q? \quad \Delta V?$$

Calcoliamo la capacità, secondo le caratteristiche geometriche del condensatore, mentre la carica e il potenziale li ricaviamo dal campo elettrico:

$$C = \epsilon_o \frac{S}{d} = \epsilon_o \frac{\pi r^2}{d} = 135 pF \quad E = \frac{\sigma}{\epsilon_o} \Rightarrow \sigma = \epsilon_o E \Rightarrow \frac{Q}{S} = \epsilon_o E \Rightarrow Q = \epsilon_o E \pi r^2 = 27,0 nC$$

$$\Delta V = Ed = 200 V$$

4. Nello schema di figura 1 le capacità dei condensatori sono:  $C_1 = 2,0 \mu F$ ,  $C_2 = 3,0 \mu F$ ,  $C_3 = 1,6 \mu F$ ,  $C_4 = 3,2 \mu F$ . La carica sul condensatore  $C_2$  è  $Q_2 = 12 \cdot 10^{-5} C$ . Calcola la capacità equivalente del sistema. Determina il valore del potenziale nel punto P e nel punto A. Calcola la carica presente sulle armature degli altri condensatori.

$$C_1 = 2,0 \mu F \quad C_2 = 3,0 \mu F \quad C_3 = 1,6 \mu F \quad C_4 = 3,2 \mu F \quad Q_2 = 12 \cdot 10^{-5} C \quad V_B = 0 V$$

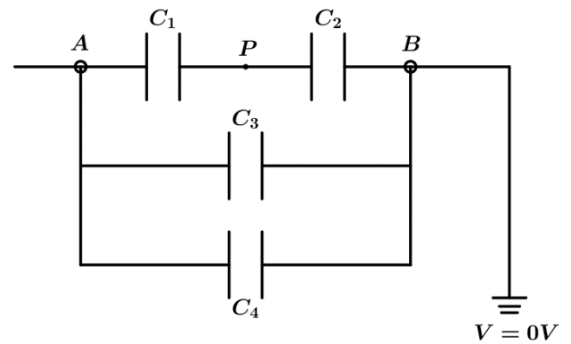
$$C = C_{eq} ? \quad V_P ? \quad V_A ? \quad Q_1 ? \quad Q_3 ? \quad Q_4 ?$$

I due condensatori  $C_1$  e  $C_2$  sono collegati in serie, perciò prima calcolo la loro capacità equivalente, facendo il reciproco della somma dei reciproci e poi sommo le altre due capacità, ottenendo in questo modo la capacità equivalente totale:

$$C = \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right)^{-1} + C_3 + C_4 = 6,0 \mu F$$

Conoscendo la carica sul secondo condensatore e la sua capacità, posso determinare la differenza di potenziale ai suoi capi:

$$V_P - V_B = \frac{Q_2}{C_2} \Rightarrow V_P = \frac{Q_2}{C_2} = 40 V$$



Considerando che i due condensatori 1 e 2 sono collegati in serie, sul primo ci sarà la stessa carica che è presente sul secondo, perciò conoscendo il potenziale in P, la capacità  $C_1$  e la carica  $Q_1$ , posso determinare il potenziale in A:

$$V_A - V_P = \frac{Q_1}{C_1} \Rightarrow V_A = V_P + \frac{Q_2}{C_1} = 100 V$$

A questo punto, posso determinare le cariche: dopo aver già detto che  $Q_1 = Q_2$ , in quanto i due condensatori sono collegati in serie, visto che ai capi dei condensatori 3 e 4 c'è una differenza di potenziale pari al valore del potenziale in A, conoscendo la loro capacità, posso ricavare la carica sui singoli condensatori:

$$Q_3 = V_A C_3 = 16 \cdot 10^{-5} C \quad Q_4 = V_A C_4 = 32 \cdot 10^{-5} C$$

5. Tra i punti A e B di un circuito (figura 2) viene applicata una differenza di potenziale  $\Delta V$ . Le capacità dei condensatori che formano il circuito sono:  $C_1 = 1 nF$ ,  $C_2 = 2 nF$ ,  $C_3 = 3 nF$  e  $C_4$ . Ricava il valore di  $C_4$  affinché si abbia  $V_M - V_N = 0$ .

$$C_1 = 1 nF \quad C_2 = 2 nF \quad C_3 = 3 nF \quad V_M - V_N = 0 \quad C_4 ?$$

Siccome  $V_M - V_N = 0 \Rightarrow V_M = V_N$ , quindi:

- i condensatori 1 e 2 sono collegati in serie e hanno la stessa carica:  $Q_1 = Q_2 = Q$
- i condensatori 3 e 4 sono collegati in serie e hanno la stessa carica:  $Q_3 = Q_4 = Q'$
- i condensatori 1 e 3 hanno la stessa differenza di potenziale:

$$\frac{Q}{C_1} = \frac{Q'}{C_3} \Rightarrow Q' = Q \frac{C_3}{C_1}$$

- i condensatori 2 e 4 hanno la stessa differenza di potenziale:

$$\frac{Q}{C_2} = \frac{Q'}{C_4} \Rightarrow C_4 = C_2 \frac{Q'}{Q} = C_2 \frac{Q \frac{C_3}{C_1}}{Q} = \frac{C_2 C_3}{C_1} = 6 nF$$

