1. $$\frac{2\,(x-1)}{5}-\frac{x-2}{3}=\frac{3x+1}{2}-\frac{7}{6}$$

$12\,(x-1)-10\,(x-2)=15\,(3x+1)-35$

$12x-12-10x+20=45x+15-35$

$43x=28 \qquad \Longrightarrow \qquad \boldsymbol{x=\frac{28}{43}}$

2. $$(x+2)(x-2)-(x-4)^2+7\left[\frac{x+1}{2}+x\left(1+\frac{2}{7}\right)\right]=\frac{7x+1}{2}$$

$x^2-4-(x^2-8x+16)+7\left(\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}+\frac{9}{7}x\right)=\frac{7}{2}x+\frac{1}{2}$

$x^2-4-x^2+8x-16+\frac{7}{2}x+\frac{7}{2}+9x=\frac{7}{2}x+\frac{1}{2}$

$17x=17 \qquad \Longrightarrow \qquad \boldsymbol{x=1}$

3. $$3\,x^2-5x+2=0$$

$3x^2-3x-2x+2=0$

$3x\,(x-1)-2\,(x-1)=0$

$(x-1)(3x-2)=0$

$\boldsymbol{x=1} \quad \vee \quad \boldsymbol{x=\frac{2}{3}}$

4. $$\frac{x^2+3x+2}{x^2-1}+5x=\frac{3x+7\,(x+1)}{2}+\frac{8}{x-1} \qquad C.E.: x\neq\pm1$$

$$\frac{(x+2)(x+1)}{(x-1)(x+1)}+5x=\frac{3x+7x+7}{2}+\frac{8}{x-1}$$

$$\frac{2(x+2)+10x(x-1)}{2(x-1)}=\frac{(10x+7)(x-1)+16}{2(x-1)}$$

$2x+4+10x^2-10x=10x^2-10x+7x-7+16$

$5x=-5 \quad \Longrightarrow \quad x=-1\ \textit{non accettabile per le condizioni di accettabilità} \quad \Longrightarrow \quad \boldsymbol{EQUAZIONE\ IMPOSSIBILE}$

5. $$\frac{2x+4}{x^3+6x^2+12x+8}-\frac{x^2-1}{x^2+x-2}=\frac{4}{x^2+4x+4}:\left(\frac{2}{x+1}-\frac{2}{x-1}\right) \qquad C.E.: x \neq -2 \wedge x \neq \pm 1$$

$$\frac{2(x+2)}{(x+2)^3}-\frac{(x-1)(x+1)}{(x+2)(x-1)}=\frac{4}{(x+2)^2}:\frac{2(x-1)-2(x+1)}{(x+1)(x-1)}$$

$$\frac{2}{(x+2)^2}-\frac{x+1}{x+2}=\frac{4}{(x+2)^2}:\frac{2x-2-2x-2}{(x+1)(x-1)}$$

$$\frac{2}{(x+2)^2}-\frac{x+1}{x+2}=\frac{4}{(x+2)^2}\cdot\frac{(x+1)(x-1)}{-4} \qquad \frac{2}{(x+2)^2}-\frac{x+1}{x+2}=\frac{-x^2+1}{(x+2)^2}$$

$$\frac{2-(x+1)(x+2)}{(x+2)^2}=\frac{-x^2+1}{(x+2)^2} \qquad 2-(x^2+2x+x+2)=-x^2+1$$

$$2-x^2-2x-x-2=-x^2+1 \qquad -3x=1 \qquad \boldsymbol{x=-\frac{1}{3}} \qquad accettabile$$

6. Andrea, Bruno e Carlo devono comprare un regalo alla loro mamma. Il regalo costa 155 €. Se Bruno mette il doppio di Carlo e 5 € meno di Andrea, quanti soldi versa Andrea?

Sia x la cifra versata da Carlo, 2x la cifra versata da Bruno e 2x+5 quella versata da Andrea. Il loro totale è 1505 €, perciò:

$$x+2x+2x+5=155 \quad \Longrightarrow \quad 5x=150 \quad \Longrightarrow \quad x=30$$

Perciò la cifra versata da Andrea è pari a $2\cdot 30+5=65$, ovvero **65€**.

7. Determina due numeri dispari consecutivi sapendo che $\frac{4}{5}$ del minore superano di 6 i $\frac{2}{3}$ del maggiore.

Possiamo indicare i due numeri come: $n_1=2x+1$ e $n_2=2x+3$, perciò l'equazione è $\frac{4}{5}n_1=6+\frac{2}{3}n_2$, ovvero:

$$\frac{4}{5}(2x+1)=6+\frac{2}{3}(2x+3) \quad \Longrightarrow \quad \frac{4}{5}x+\frac{2}{5}=3+\frac{2}{3}x+1 \quad \Longrightarrow \quad 12x+6=45+10x+15 \quad \Longrightarrow \quad 2x=54$$

Ovvero x = 27, da cui otteniamo i due numeri dispari consecutivi: $\boldsymbol{n_1=55, n_2=57}$

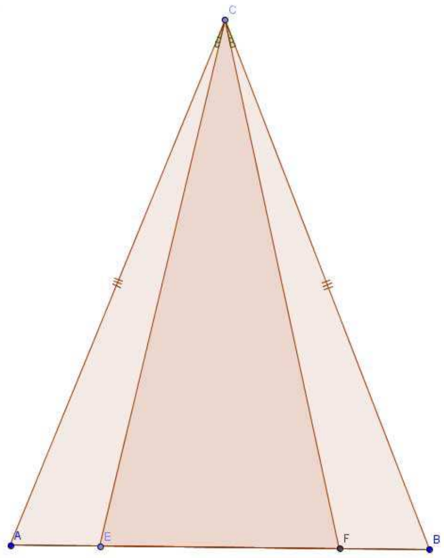
8. Considera il predicato: $p(x):\left(\frac{1}{4}x-\frac{3}{2}\right)\left(\frac{1}{4}x+\frac{3}{2}\right)=\frac{1}{64}(2x+3)^2$ con $x\in Q$. Determina per quale valore di x esso è vero.

Per determinare l'insieme di verità di p(x), devo risolvere l'equazione assegnata. La soluzione dell'equazione sarà il valore per cui il predicato è vero:

$$\frac{1}{16}x^2-\frac{9}{4}=\frac{1}{64}(4x^2+12x+9) \quad \Longrightarrow \quad 4x^2-16\cdot 9=4x^2+12x+9 \quad \Longrightarrow \quad 12x=-9-16\cdot 9$$

$$12x=-9(1+16) \quad \Longrightarrow \quad 4x=-51 \quad \Longrightarrow \quad \boldsymbol{x=-\frac{51}{4}}$$

9. Dato il triangolo isoscele ABC di base AB, internamente all'angolo $A\hat{C}B$ conduci due semirette di origine C, che intersechino la base nei punti E ed F, in modo che risulti $A\hat{C}E \cong B\hat{C}F$. Dimostra che il triangolo CEF è un triangolo isoscele.



Hp:
$\overline{AC} \cong \overline{BC}$
$E, F \in AB$
$A\hat{C}E \cong F\hat{C}B$

Tesi:
$\overline{CE} \cong \overline{CF}$

Dimostrazione:
Consideriamo i triangoli AEC e CFB. Essi hanno:

- $\overline{AC} \cong \overline{CB}$ per ipotesi
- $A\hat{C}E \cong F\hat{C}B$ per ipotesi
- $C\hat{A}E \cong C\hat{B}F$ perché angoli alla base di un triangolo isoscele

$AEC \cong CFB$
per il secondo criterio di congruenza dei triangoli

Di conseguenza: $\overline{CE} \cong \overline{CF}$ perché elementi corrispondenti in triangoli congruenti.

c.v.d.